

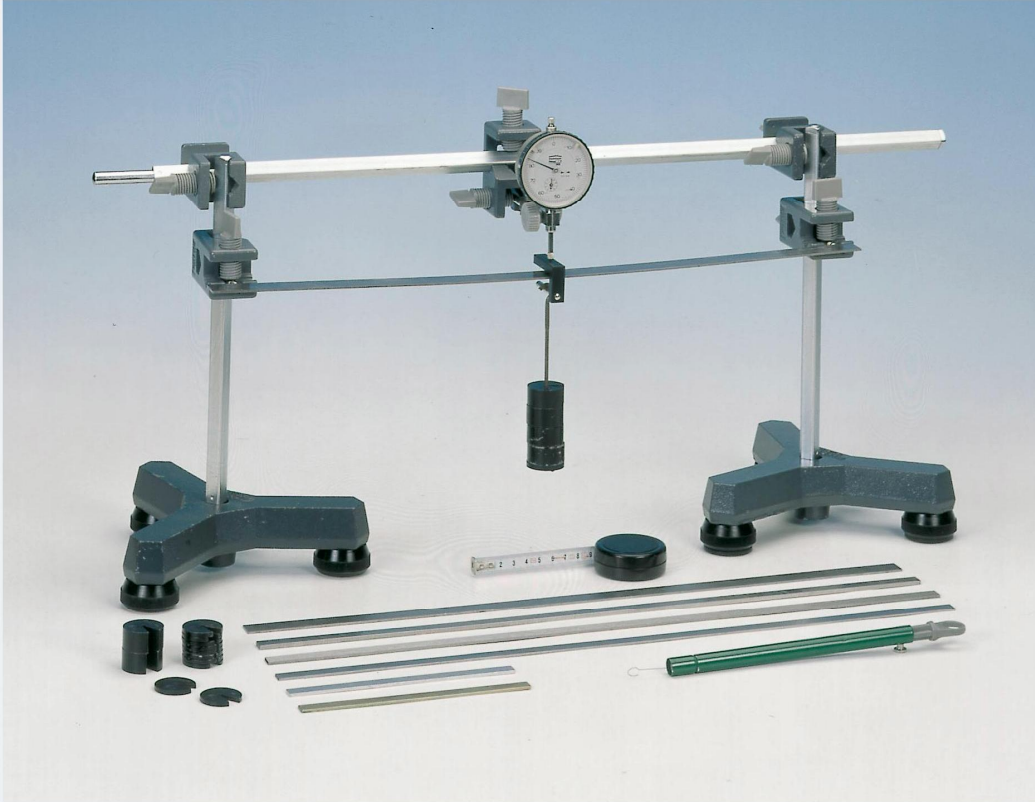
Esneklik modülleri 1.2.02-00

Neler öğrenebilirsiniz ...

- Young modülleri
- Esneklik Modülleri
- Gerilim
- Deformasyon
- Poisson oranı
- Hooke kanunu

İlke:

Düz bir çubuk iki noktadan desteklenmektedir. Merkezine etkiyen bir kuvvet ile eğilmektedir. Esneklik modülü esnemekten ve çubuğun geometrik yapısından belirlenmektedir.



İhtiyacınız olanlar:

Kadranlı gösterge 10/0.01 mm	03013.0	1
Kadranlı gösterge için ayaklık	03013.1	1
Düz barlar, set	17570.00	1
Üzengili bıçak ucu	03015.00	1
Bıçak uçlu civata	02049.00	2
Ağırlık tutucu f. girintili ağırlıklar	02204.0	1
Yay dengesi 1 N	03060.0	1
Tripod gövdesi -PASS-	02002.55	2
Destek Çubuğu -PASS-, kare, $l = 250$ mm	02025.55	2
Destek Çubuğu -PASS-, kare, $l = 630$ mm	02027.55	1
Sağ açılı kelepçesi -PASS-	02040.55	5
Girintili ağırlık, 10 g, siyah	02205.01	10
Girintili Ağırlık, 50 g, siyah	02206.01	6
Ölçüm bandı, $l = 2$ m	09936.00	1

Eksiksiz Ekipman Seti, CD-ROM üzerinde Kılavuz dahildir
Esneklik Modülleri P2120200

Materyal	Ebatlar [mm]	$E [N \cdot m^{-2}]$
Demir	10X 1.5	$2.059 \cdot 10^{11}$
Demir	10X2	$2.063 \cdot 10^{11}$
Demir	10X3	2.7^{11}
Demir	15 X 1.5	$2.204 \cdot 10^{11}$
Demir	20 X 1.5	$2.111 \cdot 10^{11}$
Alüminyum	10X2	$6.702 \cdot 10^{10}$
Bakır	10X2	$9.222 \cdot 10^{10}$

Tablo 1: Değişik materyaller için esneklik modülleri.

Görevler:

- Kadranlı göstergenin karakteristik eğrisinin belirlenmesi.
- Düz çubukların aşağıdakilerin birer fonksiyonu olarak belirlenmesi.
 - Gücün
 - Sabit güçteki kalınlığın
 - Sabit güçteki genişliğin
 - Sabit güçte destek noktaları arasındaki mesafe.
- Demir, alüminyum ve bakır metallerinin esneklik modülüslerinin belirlenmesi.

İlgili Başlıklar

Young modülleri, esneklik modülleri, gerilim, deformasyon, Poisson oranları, Hooke Yasası.

İlke

Düz bir çubuk iki noktadan desteklenmektedir. Merkezine etkiyen bir kuvvet ile eğilmektedir. Esneklik modülü esnemekten ve çubuğun geometrik yapısından belirlenmektedir.

Ekipman

Kadranlı gösterge 10/0.01 mm	03013.00	1
Kadranlı gösterge için ayaklık	03013.01	1
Düz barlar, set	17570.00	1
Üzengili bıçak ucu	03015.00	1
Bıçak uçlu civata	02049.00	2
Ağırlık tutucu f. girintili ağırlıklar	02204.00	1
Yay dengesi 1 N	03060.01	1
Tripod gövdesi -PASS-	02002.55	2
Tripod gövdesi -PASS-, kare, l = 250 mm	02025.55	2
Destek Çubuğu -PASS-, kare, l = 630 mm	02027.55	1
Sağ açi kelepçesi -PASS -	02040.55	5
Girintili ağırlık, 10 g, siyah	02205.01	10
Girintili Ağırlık, 50 g, siyah	02206.01	6
Ölçüm bandı, l = 2 m	09936.00	1

Görevler

1. Kadranlı göstergenin karakteristik eğrisinin belirlenmesi.
2. Düz çubukların aşağıdakilerin birer fonksiyonu olarak belirlenmesi:
 - Gücün.
 - Sabit güçteki kalınlığın.
 - Sabit güçteki genişliğin.
 - Sabit güçte destek noktaları arasındaki mesafe.
3. Demir, alüminyum ve bakır metallerinin esneklik modüllerinin belirlenmesi.

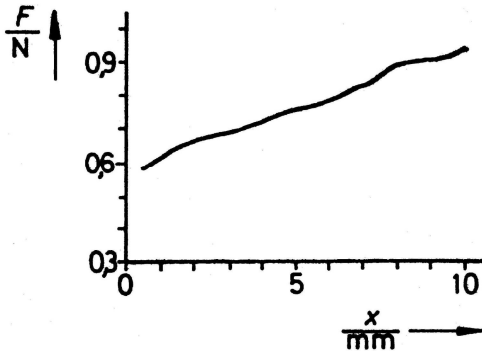
Kurulum ve Prosedür

Kurulum, Şekil 1'de gösterildiği gibidir. Kadranlı gösterge, üzengili bıçak ucunun üzerine kurulmuştur. Düz çubuklar, desteklenen iki bıçak ucuna öyle bir yerleştirilmelidir ki, x ve y yönlerinde hareket edebilsin. Kurulumun ve çubukların geometrik verileri birkaç defa ya da değişik noktalarda kaydedilmelidir.

Kadranlı gösterge, Hooke kanununa $F \sim s$ uygun bir geri çağırım kuvveti uyguladıkça, öncelikle karakteristik eğrisi belirlenmiş olmalıdır.

Şek.1: Esneklik modüllerinin belirlenmesi için deneysel kurulum.

Şek. 2: Kadranlı göstergenin karakteristik eğrisi.



Kadranlı göstergenin toplam gücü F_r , aşağıdaki toplamdan oluşmaktadır: $F_r = F_h + F_f$

Burada

F_h = Statik güç (sabit)

F_f = Geri çağırım kuvveti ($F_f \sim s$)

Statik sürtüne kuvveti her zaman için hareket yönüne ters olarak oluştuğundan dolayı, deneyin yürütülmesi de dahil olmak üzere kadranlı göstergenin karakteristik eğrisi kaydedilirken gücün sabit yönü dikkate alınmalıdır. Bunlara ek olarak, piston manuel olarak kaldırılmaktadır (prob yüklenmemektedir) ve ardından yavaşça indirilmektedir. Bu işlemden dolayı, oluşan güç F_r şudur:

$$F_r = F_f - F_h$$

Kadranlı göstergenin karakteristik eğrisi:

Kadranlı göstergenin dinamometresi ve pistonu o kadar bindirilmiştir ki, kadran göstergesi tam sapma göstermektedir. Dinamometreye yapılan gerilimdeki bir azalma ile yukarıdaki durumlara uygun bir kuvvet oluşmaktadır.

Yay dengesinin yardımı ile kadranlı göstergenin karakteristik eğrisi kaydedilmektedir.

Deneyler sırasında kuvvetler, karşılıklı gelecek şekilde düzeltilmelidirler. Bu da oluşan kuvvet F 'in, hesaplanması gerektiği anlamına gelmektedir.

Bundan dolayı, etkili olan toplam kuvvet ek ağırlıkların toplam ağırlıkları ve kadranlı gösterge üzerinde sonuçta oluşan kuvvetlerin toplamından meydana gelmektedir.

Teori ve değerlendirme

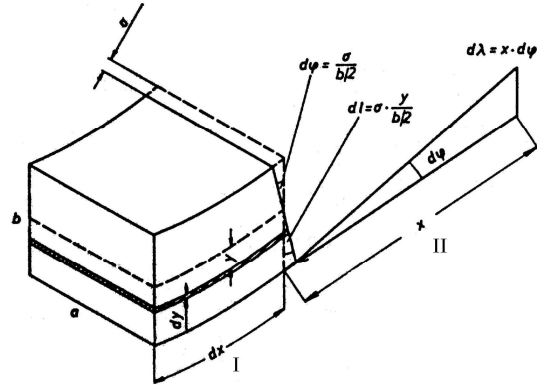
Eğer cisim sürekli bir ortamda olduğu düşünülürse, ve r_0 , P noktasının yerel vektörünü karşılıklı gelecek şekilde deforme olmamış ve deforme olan durumlarına göre yeniden tanımlarsa, bu durumda, küçük değişiklik vektörleri için

$$\vec{u} = \vec{r} - \vec{r}_0 \equiv (u_1, u_2, u_3)$$

$$d_{ik} = \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i}$$

Deformasyon gergisi d aşağıdakidir:

Şek. 3: Bir çubuğun deformasyonu.



Cismin gövdesinin hacmi üzerinde bir element olarak etkiyen ve köşeleri koordinat yüzeylerine paralel kesişen dF güçleri, gerilim gergisi T ile tarif edilecektir.

Bu, normal yönünde olan $\vec{e}$ birim vektöründen belirlenmiş olan her bir alan elementi için bir $\vec{p}$ stres atanmış olacaktır.

$$\vec{p} = \frac{d\vec{F}}{dA}$$

$$\vec{p} = \vec{e} \odot \vec{\tau}$$

Hooke Yasasından d ve T arasındaki ilişkiyi elde ederiz:

$$\tau_{ik} = \sum_{l,m} c_{ik}^{lm} d_{lm}$$

$\hat{c}$ gergisi bir elastik gövde için simetrik ve böylece 81 bileşenden yalnızca 21'i kalmaktadır, yani, E esnekliğinin modülleri ve kesme modülleri G ya da Poisson oranı ν 'den hangisi olursa olsun:

$$\tau_{11} = \frac{E}{1 + \mu} \left(d_{11} + \frac{\mu}{1 - 2\mu} (d_{11} + d_{22} + d_{33}) \right)$$

$$\tau_{12} = G d_{12} = \frac{1}{2} \frac{E}{1 + \mu} d_{12}$$

(1)

Ve karışmalarla $T_{22}, T_{33}, T_{13}, T_{23}$.

Eğer güç yalnızca bir yöne doğru hareket etmekteyse bu durumda:

$$\tau_{22} = \tau_{33} = 0,$$

Bu durumda şunu elde ederiz:

(2)

$$\tau_{11} = E \cdot d_{11}$$

Eğer b yüksekliğine ve a genişliğinde bir çubuk, desteklerle iki yanından desteklenirse (L mesafesi kadar ayrılmış durumda), merkezine etkiyen bir F_y kuvvetine maruz kalmaktadır ve ortadan desteklenmiş bir çubuk gibi davranmaktadır, ters yönlere doğru iki ucu ise $F_y/2$ kuvvetine maruz kalmaktadır.

X bükülmesini E esneklik modülü olarak tanımlayabilmek için, öncelikle hacim elementini ele alalım.

$$dV = dx \cdot a \cdot b$$

Üst tabaka daha az bükülmüştür ve alt tabaka ise uzatılmıştır. Orta tabakanın boyu ise değişmemiş olarak kalmaktadır (yansız fiber).

Şekil 3'te I ve II deformasyondan sonra yanları göstermektedir.

Şekil 3'te verilen sembolleri kullanarak şunu elde ederiz:

$$d\lambda = x \cdot d\phi = \frac{2\sigma x}{b}$$

(1)'e göre d1 uzatmasını üreten dFx elastik gücü :

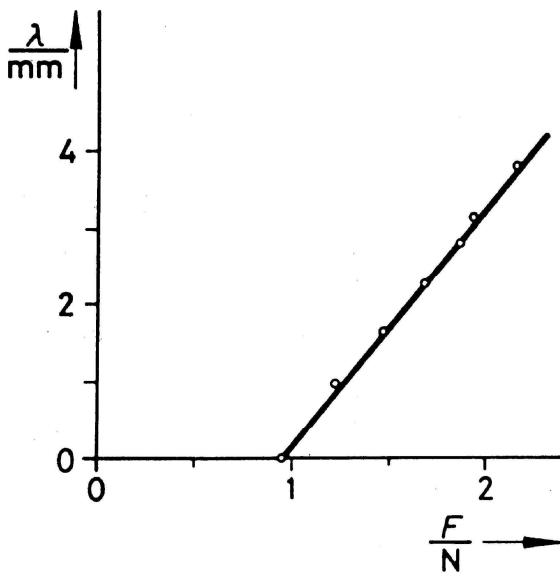
$$\frac{dF_x}{ds} = E \frac{dl}{dx}$$

Burada ds=a.dy dönen katmanın alanıdır. Bu güç bir dönme gücü oluşturmaktadır (tork)

$$dT_z = ydF_x = \frac{2Ea\sigma}{b \cdot dx} y^2 dy$$

Elastik güçler tarafından oluşturulan bu torkların toplamı harici güç F_y/2 tarafından oluşturulan güce eşit olmalıdır.

$$\frac{Ea\sigma b^2}{6dx} = \frac{F_y}{2} \cdot x$$



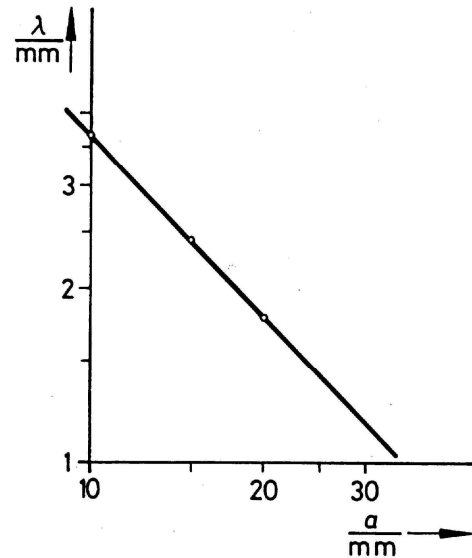
Şek. 4: Bir güç fonksiyonu olarak bir çubuğun eğilmesi (Demir, L = 0.48 m, a = 10 mm, b = 1.5 mm).

Bunlardan şunu elde ederiz:

$$d\lambda = \frac{6F_y x^2}{Eab^3} dx$$

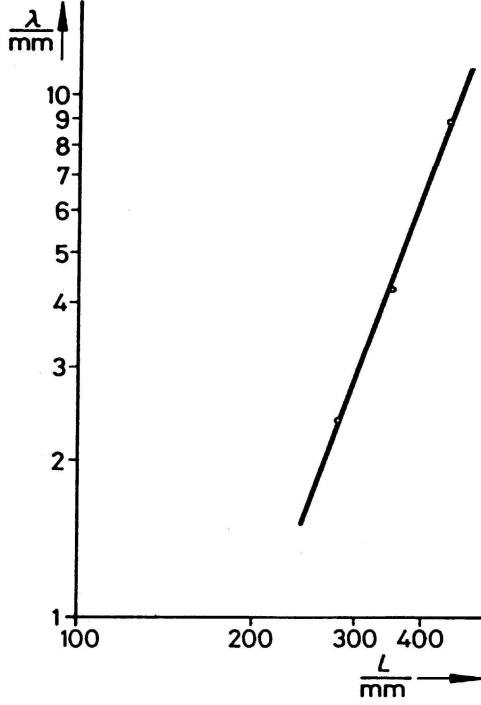
$$\lambda = \frac{1}{4} \left(\frac{L}{b} \right)^3 \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{F_y}{E}$$

Material	Dimensions [mm]	E[N • m ⁻²]
Steel	10x1.5	2.059·10 ¹¹
Steel	10x2	2.063·10 ¹¹
Steel	10X3	2.171·10 ¹¹
Steel	15X1.5	2.204·10 ¹¹
Steel	20x1.5	2.111·10 ¹¹
Aluminum	10x2	6.702·10 ¹⁰
Brass	10X2	9.222·10 ¹⁰



Şek. 5: Genişliğinin bir fonksiyonu olarak sabit bir güçte bir çubuğun bükülmesi (demir, kalınlık = 1.5 mm).

Şek. 6: Sabit güçte, bir çubuğun uzunluk fonksiyonu olarak esnemesi.



Şek. 7: Sabit güçte bir çubuğun kalınlık fonksiyonu olarak esnemesi (demir, kalınlık = 10 mm).

