

# Módulo de elasticidad



Física → Mecánica → Propiedades de la tela y el material

ciencia aplicada → Ingeniería → Mecánica Aplicada → Estática

ciencia aplicada → Ingeniería → Ciencias de los Materiales → Propiedades mecánicas

ciencia aplicada → Medicina → Biomecánica



Nivel de dificultad

fácil



Tamaño del grupo

2



Tiempo de preparación

45+ minutos



Tiempo de ejecución

45+ minutos

This content can also be found online at:



<http://localhost:1337/c/60674e6e9b2e6a000360968d>

PHYWE



# Información para el profesor

## Aplicación

PHYWE

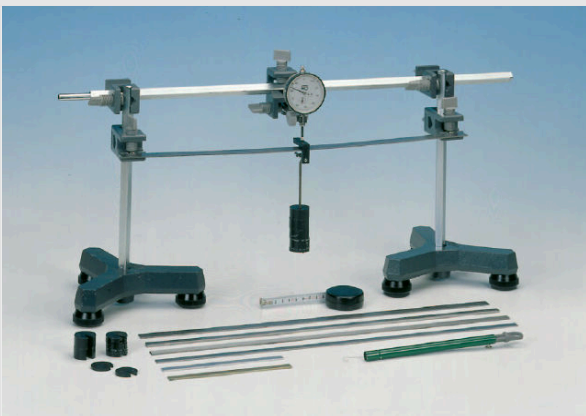


Fig.1: Montaje experimental

La materia sólida cambia de forma bajo la aplicación de una fuerza. El conocimiento exacto del comportamiento de estos cambios es muy importante en la construcción. El módulo de elasticidad se utiliza para describir este comportamiento de forma matemática.

## Información adicional para el profesor (1/2)

PHYWE



### Conocimiento previo



### Principio

Los conocimientos previos para este experimento se encuentran en la sección de principio.

Una barra plana está apoyada en dos puntos. Se dobla por la acción de una fuerza que actúa en su centro. El módulo de elasticidad se determina a partir de la flexión y de los datos geométricos de la barra.

## Información adicional para el profesor (2/2)

PHYWE



### Objetivo



### Tareas

El objetivo de este experimento es determinar el módulo de elasticidad.

1. Determinación de la curva característica del reloj comparador
2. Determinación de la flexión de barras planas en función de la fuerza, el espesor, a fuerza constante, la anchura, a fuerza constante, la distancia entre los puntos de apoyo a fuerza constante
3. Determinación del módulo de elasticidad del acero, el aluminio y el latón.

## Principio (1/4)

PHYWE

Si se considera un cuerpo como un continuo, y  $\vec{r}_0$  o  $\vec{r}$  define el vector local de un punto P en su estado no deformado y deformado respectivamente, entonces, para pequeños vectores de desplazamiento

$$\vec{u} = \vec{r} - \vec{r}_0 \equiv (u_1, u_2, u_3)$$

el tensor de deformación  $\vec{d}$  es:

$$d_{ik} = \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i}$$

Las fuerzas  $d\vec{F}$  que actúan sobre un elemento de volumen del cuerpo cuyas aristas se cruzan paralelas a las superficies de coordenadas se describirán mediante el tensor de tensiones  $\hat{\tau}$

Esto asigna una tensión  $\vec{p}$  a cada elemento del área  $dA$  definido por el vector unitario  $\vec{e}$  en la dirección de la normal.

$$\vec{p} = \frac{d\vec{F}}{dA}$$

$$\vec{p} = \vec{e} \odot \vec{\tau}$$

A partir de la Ley de Hooke obtenemos la relación entre  $\hat{d}$  y  $\hat{\tau}$ :

$$\tau_{ik} = \sum_{l,m} c_{ik}^{l,m} d_{lm}$$

## Principio (2/4)

PHYWE

El tensor  $\hat{e}$  es simétrico para un cuerpo elástico, de modo que de los 81 componentes sólo quedan 21. Este número se reduce a 2 para el cuerpo elástico isótropo, es decir, el módulo de elasticidad  $E$  y el módulo de cizallamiento  $G$  o la relación de Poisson  $\mu$ :

$$\tau_{11} = \frac{E}{1+\mu} (d_{11} + \frac{\mu}{1-2\mu} (d_{11} + d_{22} + d_{33}))$$

$$\tau_{12} = G d_{12} = \frac{1}{2} \cdot \frac{E}{1+\mu} \cdot d_{12}$$

y análogamente para  $\tau_{22}, \tau_{33}, \tau_{13}, \tau_{23}$

Si una fuerza actúa en una sola dirección, entonces

$$\tau_{22} = \tau_{33} = 0$$

por lo que obtenemos (2)

$$\tau_{11} = E \cdot d_{11}$$

Si una barra de altura  $b$  y la anchura  $a$  apoyada en ambos extremos por soportes (separados por una distancia  $L$ ), está sometido a una fuerza  $F_y$  actuando en su centro, se comporta como una barra apoyada en el centro, estando sus dos extremos sometidos a una fuerza  $F_y/2$  en la dirección opuesta. Para expresar la flexión  $\lambda$  en función del módulo de elasticidad  $E$  consideremos primero un elemento de volumen

## Principio (3/4)

PHYWE

$$dV = d \cdot a \cdot b$$

cuya capa superior se acorta al doblarse y la inferior se alarga. La longitud de la capa central permanece inalterada (fibra neutra).

En la figura 2, I y II denotan los lados antes y después de la deformación.

Utilizando los símbolos de la figura 2, obtenemos:

$$d\lambda = x \cdot d\varphi = \frac{2\sigma x}{b}$$

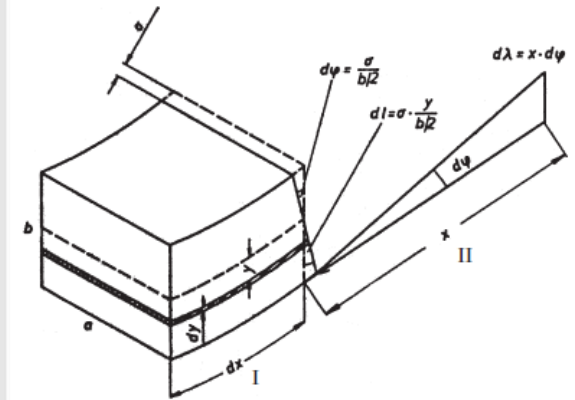


Fig. 2: Deformación de una barra.

## Principio (4/4)

PHYWE

La fuerza elástica  $dF_x$  que produce la extensión  $dl$  según (1), es

$$\frac{dF_x}{ds} = E \frac{dl}{dx}$$

donde  $ds = a \cdot dy$  es el área de la capa girada.

La fuerza produce un par de torsión

$$dT_z = y dF_x = \frac{2Ea\sigma}{b \cdot dx} y^2 dy$$

La suma de estos pares producidos por las fuerzas elásticas debe ser igual al par producido por la fuerza externa  $F_y/2$ .

$$\frac{Ea\sigma b^2}{6dx} = \frac{F_y}{2} \cdot x$$

de la que obtenemos

$$d\lambda = \frac{6F_y x^2}{Eab^3} dx$$

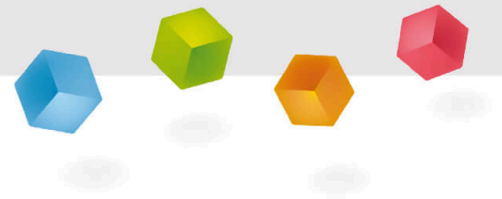
y, tras la integración, la flexión total

$$\lambda = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{L}{B}\right)^3 \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{F_y}{E}.$$

## Material

Posición	Material	Artículo No.	Cantidad
1	RELOJ INDICADOR 10/0,01 MM	03013-00	1
2	SOPORTE PARA RELOJ INDICADOR	03013-01	1
3	VARILLAS PLANAS, JUEGO	17570-00	1
4	FULCRO CON ASA	03015-00	1
5	Perno con cuchillo	02049-00	2
6	Soporte para pesas con ranura, 10 g	02204-00	1
7	DINAMOMETRO, TRANSP., 1 N	03065-02	1
8	Base trípode PHYWE	02002-55	2
9	Varilla de acero inoxidable, 18/8, 250 mm	02031-00	2
10	Varilla de acero inoxidable, 18/8, 750 mm	02033-00	1
11	Doble nuez	02054-00	5
12	Peso con ranura, 10 g, negro	02205-01	10
13	Peso con ranura, 50 g, negro	02206-01	6
14	Pie de rey (vernier), acero inoxidable, 0-160 mm, 1/20	03010-00	1
15	Cinta métrica, l = 2 m	09936-00	1
16	Hilo de pescar. Rollo. L=100 m	02090-00	1

PHYWE



# Montaje y ejecución

## Montaje

PHYWE

El montaje es el que se muestra en la Fig. 1. El reloj comparador se monta en el borde de la cuchilla con estribo. Las barras planas deben colocarse con precisión en los dos bordes de las cuchillas de apoyo tienen la posibilidad de moverse en dirección x e y. Los datos geométricos del montaje y de las barras deben registrarse varias veces o en diferentes posiciones.

Como el reloj comparador posee una fuerza restauradora que obedece a la Ley de Hooke  $F \sim s$ , hay que determinar en primer lugar su curva característica.

## Ejecución (1/2)

PHYWE

La fuerza resultante  $F_r$  del reloj comparador es la suma de

$$F_r = F_h + F_f \text{ donde}$$

$F_h$  = Fuerza de fricción estática (constante)

$F_f$  = fuerza restauradora ( $F \sim s$ )

Dado que la fuerza de rozamiento estática actúa siempre en sentido contrario al del movimiento, debe tenerse en cuenta la dirección constante de la fuerza durante el registro de la curva característica del reloj comparador, así como durante la realización del experimento.

Además, el émbolo se eleva manualmente (la sonda está descargada) y luego se baja suavemente. Debido a este procedimiento, la fuerza resultante  $F$  es:

$$F_r = F_f - F_h$$

**Curva característica del reloj comparador:**

El dinamómetro y el émbolo del reloj comparador están montados de manera que el reloj comparador muestra la desviación completa.

A través de una reducción de la tensión de la fuerza del dinamómetro resulta una fuerza de acuerdo con las condiciones anteriores.

## Ejecución (2/2)

PHYWE

Con la ayuda de la balanza de resorte se debe registrar la curva característica del reloj comparador.

Durante la experimentación, las fuerzas deben corregirse en consecuencia.

Esto significa que hay que calcular la fuerza resultante  $F$ .

Por lo tanto, la fuerza efectiva es la suma de los pesos de las masas adicionales y la fuerza resultante del reloj comparador.

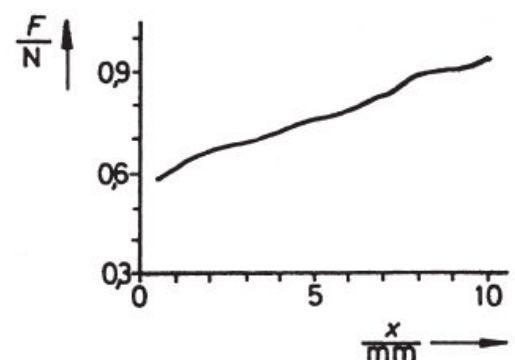


Fig. 3: Curva característica de un reloj comparador.



PHYWE



# Resultados

## Resultados (1/3)

PHYWE

Tabla 1: El módulo de elasticidad de diferentes materiales

Material	Dimensions [mm]	$E [\text{N} \cdot \text{m}^{-2}]$
Steel	$10 \times 1.5$	$2.059 \cdot 10^{11}$
Steel	$10 \times 2$	$2.063 \cdot 10^{11}$
Steel	$10 \times 3$	$2.171 \cdot 10^{11}$
Steel	$15 \times 1.5$	$2.204 \cdot 10^{11}$
Steel	$20 \times 1.5$	$2.111 \cdot 10^{11}$
Aluminium	$10 \times 2$	$6.702 \cdot 10^{10}$
Brass	$10 \times 2$	$9.222 \cdot 10^{10}$

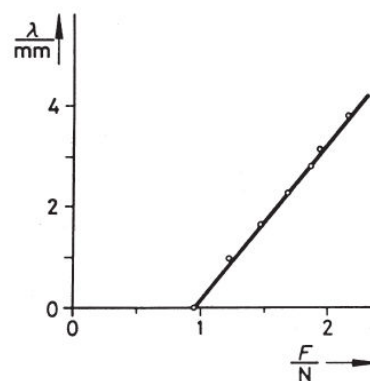


Fig. 4: Flexión de una barra en función de la fuerza (acero,  $L = 0,48 \text{ m}$ ,  $a = 10 \text{ mm}$ ,  $b = 1,5 \text{ mm}$ ).

## Resultados (2/3)

PHYWE

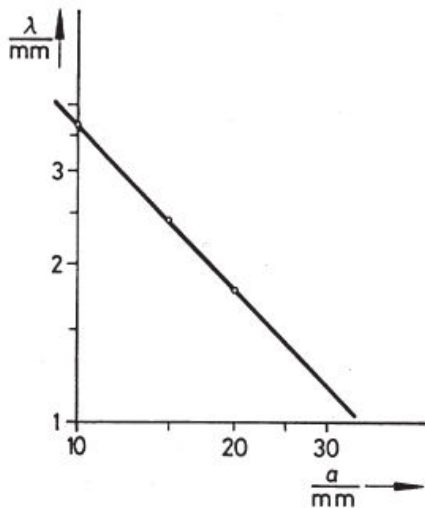


Fig. 5: Flexión de una barra en función de su anchura, a fuerza constante (acero, espesor = 1,5 mm).

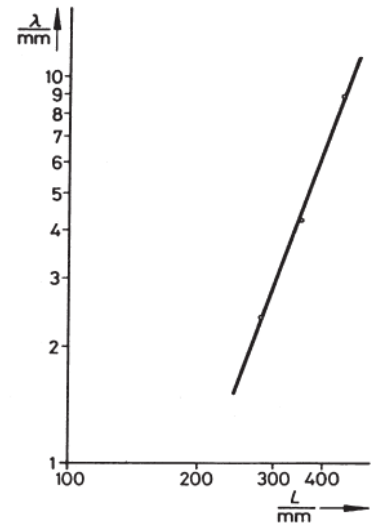


Fig. 6: Flexión de una barra en función de su longitud, a fuerza constante.

## Resultados (3/3)

PHYWE

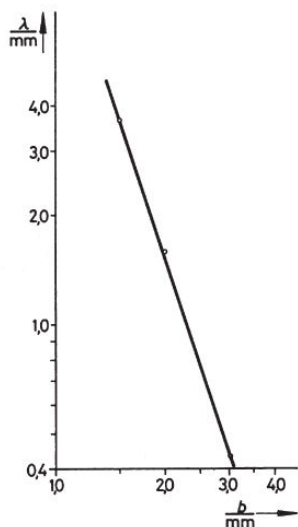


Fig. 7: Flexión de una barra en función de su espesor, a fuerza constante (acero, anchura = 10 mm).