

De elasticiteitsmodulus



Physics

Mechanics

Fabric & material properties

Applied Science

Engineering

Applied Mechanics

Statics

Applied Science

Engineering

Materials Science

Mechanical Properties

Applied Science

Medicine

Biomechanics



Strengheid

licht



Groepsgrootte

2



Vorbereiding

45+ Notulen



Implementatietijd

45+ Notulen

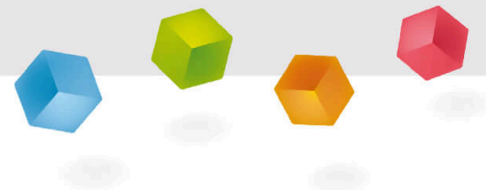
This content can also be found online at:



<http://localhost:1337/c/619bb7930a7f13000382c4ee>

PHYWE

Algemene informatie



Toepassing

PHYWE

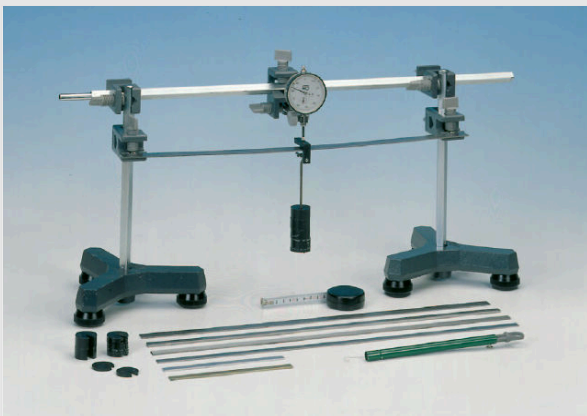


Fig.1: Proefopstelling

Vaste materie verandert van vorm onder de toepassing van een kracht. De exacte kennis van het gedrag van dergelijke veranderingen is zeer belangrijk in de bouw. De elasticiteitsmodulus wordt gebruikt om dit gedrag op wiskundige wijze te beschrijven.

Overige informatie (1/2)

PHYWE

**Voorafgaand****kennis****Hoofd
principe**

De voorkennis voor dit experiment is te vinden in het hoofdstuk Theorie.

Een platte staaf wordt op twee punten ondersteund. De staaf wordt gebogen onder invloed van een kracht die in het midden van de staaf werkt. De elasticiteitsmodulus wordt bepaald op grond van de buiging en de geometrische gegevens van de staaf.

Overige informatie (2/2)

PHYWE

**Leren****doelstelling****Taken**

Het doel van deze proef is om de elasticiteitsmodulus te bepalen.

1. Bepaling van de karakteristiek van de meetklok
2. Bepaling van de buiging van platte staven als functie van de kracht, de dikte, bij constante kracht, de breedte, bij constante kracht, de afstand tussen de steunpunten bij constante kracht
3. Bepaling van de elasticiteitsmodulus van staal, aluminium en messing.

Theorie (1/4)

PHYWE

Als een lichaam wordt beschouwd als een continuüm, en $\vec{r}_0$ of $\vec{r}$ definieert de lokale vector van een punt P in respectievelijk onvervormde en vervormde toestand, dan geldt voor kleine verplaatsingsvectoren

$$\vec{u} = \vec{r} - \vec{r}_0 \equiv (u_1, u_2, u_3)$$

de vervormingstensor $\vec{d}$ is:

$$d_{ik} = \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i}$$

De krachten $d\vec{F}$ die inwerken op een volume-element van het lichaam waarvan de randen evenwijdig aan de coördinatenoppervlakken worden doorsneden, worden beschreven door de spanningstensor $\hat{\tau}$

Dit geeft een stress $\vec{p}$ aan elk oppervlakte-element dA gedefinieerd door de eenheidsvector $\vec{e}$ in de richting van de normaal.

$$\vec{p} = \frac{d\vec{F}}{dA}$$

$$\vec{p} = \vec{e} \odot \vec{\tau}$$

Uit de wet van Hooke halen we de relatie tussen $\hat{d}$ en $\hat{\tau}$:

$$\tau_{ik} = \sum_{l,m} c_{ik}^{l,m} d_{lm}$$

Theorie (2/4)

PHYWE

De tensor $\hat{e}$ is symmetrisch voor een elastisch lichaam, zodat van de 81 componenten er slechts 21 overblijven. Dit aantal wordt voor het isotrope elastische lichaam teruggebracht tot 2, d.w.z. de elasticiteitsmodulus E en de afschuifmodulus G of de Poisson verhouding μ :

$$\tau_{11} = \frac{E}{1+\mu} (d_{11} + \frac{\mu}{1-2\mu} (d_{11} + d_{22} + d_{33}))$$

$$\tau_{12} = G d_{12} = \frac{1}{2} \cdot \frac{E}{1+\mu} \cdot d_{12}$$

en analoog voor $\tau_{22}, \tau_{33}, \tau_{13}, \tau_{23}$

Als een kracht slechts in één richting werkt, dan

$$\tau_{22} = \tau_{33} = 0$$

dus krijgen we (2)

$$\tau_{11} = E \cdot d_{11}$$

Als een staaf van hoogte b en breedte a , aan beide uiteinden ondersteund door steunen (gescheiden door een afstand L), wordt onderworpen aan een kracht F_y die in het midden werkt, gedraagt het zich als een staaf die in het midden wordt ondersteund, terwijl de twee uiteinden worden onderworpen aan een kracht $F_y/2$ in de tegengestelde richting. Om de buiging uit te drukken λ als een functie van de elasticiteitsmodulus E beschouwen we eerst een element van volume

Theorie (3/4)

PHYWE

$$dV = d \cdot a \cdot b$$

waarvan de bovenste laag bij het buigen wordt verkort, en de onderste laag wordt verlengd. De lengte van de centrale laag blijft ongewijzigd (neutrale vezel).

In fig. 2 geven I en II de zijden vóór en na vervorming aan.

Met behulp van de symbolen in fig. 2 verkrijgen we:

$$d\lambda = x \cdot d\varphi = \frac{2\sigma x}{b}$$

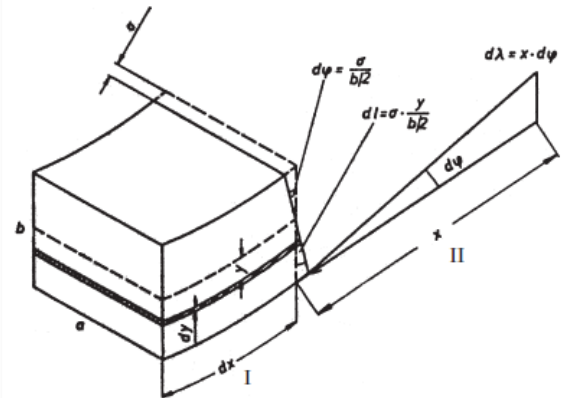


Fig. 2: Vervorming van een staaf.

Theorie (4/4)

PHYWE

De elastische kracht dF_x die de uitbreiding dl levert, is volgens (1),

$$\frac{dF_x}{ds} = E \frac{dl}{dx}$$

waarbij $ds = a \cdot dy$ is de oppervlakte van de gedraaide laag.

De kracht veroorzaakt een koppel

$$dT_z = y dF_x = \frac{2Ea\sigma}{b \cdot dx} y^2 dy$$

De som van deze koppels, opgewekt door de elastische krachten, moet gelijk zijn aan het koppel opgewekt door de externe kracht $F_y/2$.

$$\frac{Ea\sigma b^2}{6dx} = \frac{F_y}{2} \cdot x$$

waaruit we verkrijgen

$$d\lambda = \frac{6F_y x^2}{Eab^3} dx$$

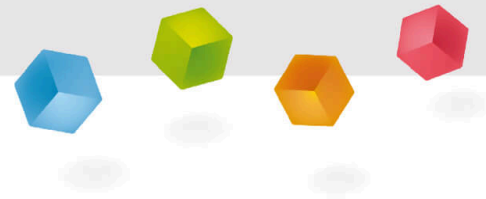
en, na integratie, de totale buiging

$$\lambda = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{L}{B}\right)^3 \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{F_y}{E}.$$

Benodigdheden

Positie	Materiaal	Artikelnr.	Hoeveelheid
1	Meetsklok 10/0.01 mm	03013-00	1
2	Houder voor meetsklok	03013-01	1
3	Platte staven, set	17570-00	1
4	Hanger met snijkant	03015-00	1
5	Bout met snijkant	02049-00	2
6	Halterschijf voor sleufgewichten, 10 g type PHY	02204-00	1
7	Krachtsmeter, transparant, 1 N	03065-02	1
8	PHYWE stelschroevenblok, voor 1 staaf, $d \leq 14$ mm	02002-55	2
9	Staaaf, roestvrij staal, $l = 250$ mm, $d = 10$ mm	02031-00	2
10	Staaaf, roestvrij staal, $l = 750$ mm, $d = 12$ mm	02033-00	1
11	Dubbele klem, voor kruis-, T- of parallelle klemming met gezamenlijke schroef	02054-00	5
12	Sleufgewicht, zwart gelakt, 10 g Type PHY	02205-01	10
13	Sleufgewicht, zwart gelakt, 50 g Type PHY	02206-01	6
14	Schuifmaat, roestvrij staal	03010-00	1
15	Meetlint, $l = 2$ m	09936-00	1
16	Vislijn, op haspel, $d = 0,5$ mm, 100 m	02090-00	1

PHYWE



Opbouw en uitvoering

Opbouw

PHYWE

De opstelling is zoals te zien in fig. 1. De meetklok wordt met een ophangbeugel op de meskant gemonteerd. De platte staven moeten nauwkeurig worden gepositioneerd op de twee ondersteunende meskanten die in x- en y-richting kunnen bewegen. De geometrische gegevens van de opstelling en de staven moeten meerdere malen of op verschillende posities worden geregistreerd.

Aangezien de meetklok een restkracht bezit die gehoorzaamt aan de wet van Hooke $F \sim s$, moet eerst de karakteristieke curve ervan worden bepaald.

Uitvoering (1/2)

PHYWE

De resulterende kracht F_r van de meetklok is de som van

$$F_r = F_h + F_f \text{ waarbij}$$

F_h = Statische wrijvingskracht (constant)

F_f = herstellende kracht ($F \sim s$)

Aangezien de statische wrijvingskracht altijd tegen de bewegingsrichting in werkt, moet er bij de registratie van de karakteristieke kromme van de meetklok en tijdens de uitvoering van het experiment op worden gelet dat de richting van de kracht constant blijft.

Bovendien wordt de plunjer met de hand omhoog gebracht (de meetpunt wordt gelost) en vervolgens voorzichtig neergelaten. Door deze procedure wordt de resulterende kracht F is:

$$F_r = F_f - F_h$$

Karakteristieke curve van de meetklok:

Krachtsmeter en plunjer van de meetklok zijn zo gemonteerd, dat de meetklok de volledige uitslag aangeeft. Door een vermindering van de krachtspanning op de krachtsmeter ontstaat een kracht die aan de bovenstaande voorwaarden voldoet.

Uitvoering (2/2)

PHYWE

Met behulp van de veerbalans moet de karakteristieke curve van de meetklok worden vastgelegd.

Tijdens de proefnemingen moeten de krachten dienovereenkomstig worden gecorrigeerd.

Dit betekent dat de resulterende kracht F moet worden berekend.

De effectieve kracht is dus de som van de gewichten van de extra massa's en de resulterende kracht van de meetklok.

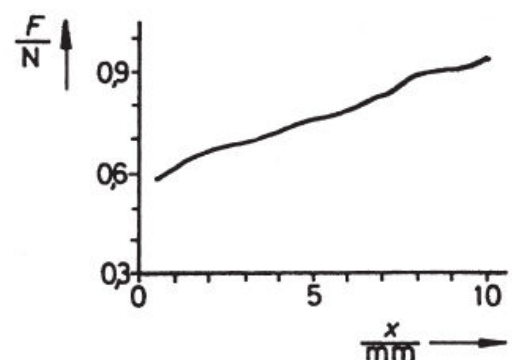
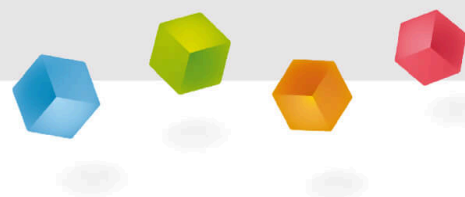


Fig. 3: Karakteristiek van een meetklok.

PHYWE



Evaluatie

Resultaten (1/3)

PHYWE

Tabel 1: De elasticiteitsmodulus voor verschillende materialen

Material	Dimensions [mm]	$E [\text{N} \cdot \text{m}^{-2}]$
Steel	10×1.5	$2.059 \cdot 10^{11}$
Steel	10×2	$2.063 \cdot 10^{11}$
Steel	10×3	$2.171 \cdot 10^{11}$
Steel	15×1.5	$2.204 \cdot 10^{11}$
Steel	20×1.5	$2.111 \cdot 10^{11}$
Aluminium	10×2	$6.702 \cdot 10^{10}$
Brass	10×2	$9.222 \cdot 10^{10}$

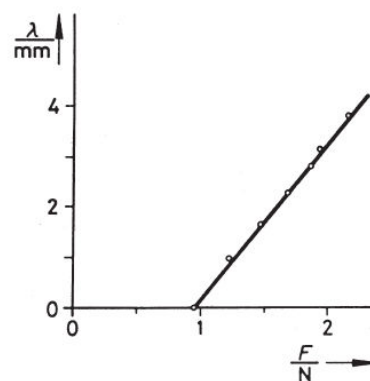


Fig. 4: Buiging van een staaf als functie van de kracht (staal, $L = 0,48 \text{ m}$, $a = 10 \text{ mm}$, $b = 1,5 \text{ mm}$).

Resultaten (2/3)

PHYWE

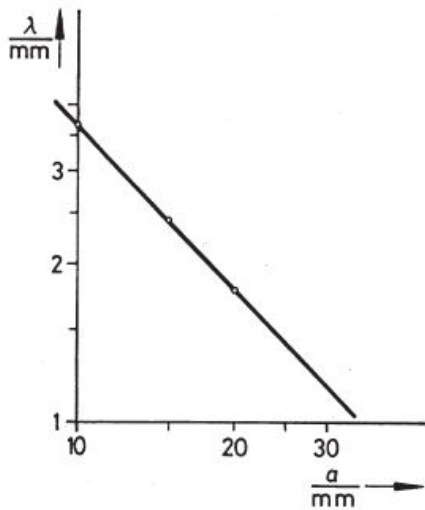


Fig. 5: Buiging van een staaf als functie van zijn breedte, bij constante kracht (staal, dikte = 1,5 mm).

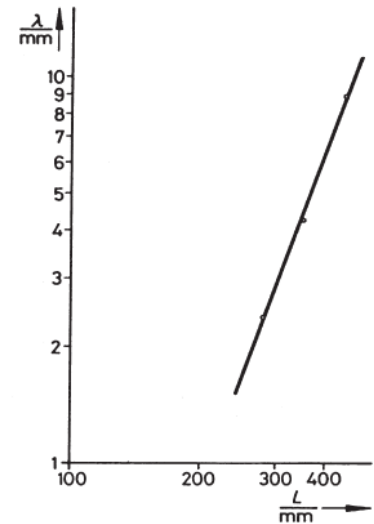


Fig. 6: Buiging van een staaf als functie van zijn lengte, bij constante kracht.

Resultaten (3/3)

PHYWE

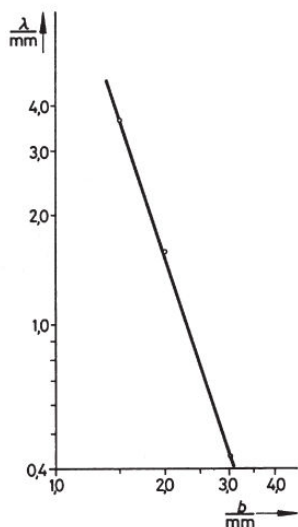


Fig. 7: Buiging van een staaf als functie van zijn dikte, bij constante kracht (staal, breedte = 10 mm).