

Модуль пружності/ Модуль Юнга



Physics

Mechanics

Fabric & material properties

Applied Science

Engineering

Applied Mechanics

Statics

Applied Science

Engineering

Materials Science

Mechanical Properties

Applied Science

Medicine

Biomechanics



Рівень складності

легко



Розмір групи

-



Час підготовки

45+ хвилини



Час виконання

45+ хвилини

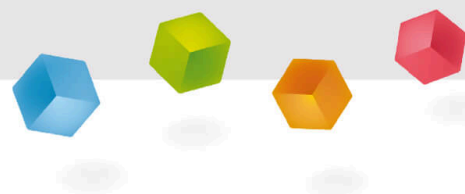
This content can also be found online at:



<http://localhost:1337/c/64e0614ee859cf00029ca4c2>

PHYWE

Загальна інформація



Опис

PHYWE

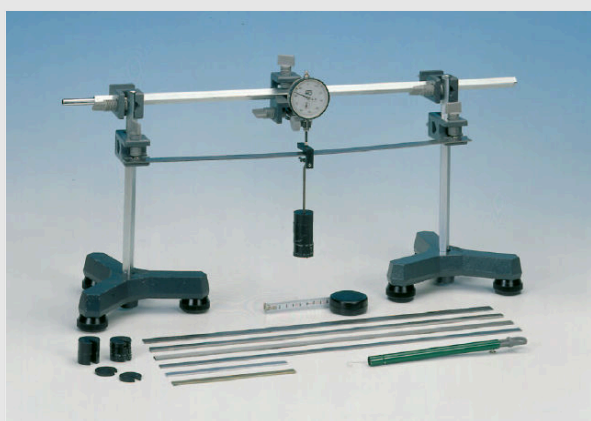


Рис.1: Експериментальна установка

Тверда речовина змінює форму під дією сили. Точні знання про поведінку таких змін дуже важливі в будівництві. Модуль пружності використовується для математичного опису цієї поведінки.

Додаткова інформація (1/2)

PHYWE

попередні

знання



Попередні знання для цього експерименту можна знайти в розділі "Теорія".

Науковий

принцип



Плаский стрижень закріплено у двох точках. Він згинається під дією сили, прикладеної в його центрі. Модуль пружності визначається на основі вигину та геометричних даних стрижня.

Інша інформація (2/2)

PHYWE

Мета навчання



Метою цього експерименту є визначення модуля пружності.



Завдання

1. Визначення характеристичної кривої індикатора годинникового типу.
2. Визначення вигину плоских стрижнів в залежності від сили, товщини при постійній силі, ширини при постійній силі, відстані між опорними точками при постійній силі.
3. Визначення модуля пружності сталі, алюмінію та латуні.

Теорія (1/4)

PHYWE

Якщо тіло розглядати як суцільне, а $\vec{r}_0$ або $\vec{r}$ визначає локальний вектор точки P в недеформованому та деформованому стані відповідно, то для малих векторів переміщень:

$$\vec{u} = \vec{r} - \vec{r}_0 \equiv (u_1, u_2, u_3)$$

тензор деформації $\vec{d}$ є:

$$d_{ik} = \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i}$$

Сили $d\vec{F}$, які діють на елемент об'єму тіла, ребра якого перетинаються паралельно координатним поверхням, будуть описуватися тензором напружень $\hat{\tau}$

Це розподіляє напруження $\vec{p}$ на кожен елемент площі dA , визначений одиничним вектором $\vec{e}$ у напрямку до нормалі.

$$\vec{p} = \frac{d\vec{F}}{dA}$$

$$\vec{p} = \vec{e} \odot \vec{\tau}$$

Із закону Гука ми отримуємо залежність між $\hat{d}$ і $\hat{\tau}$:

$$\tau_{ik} = \sum_{l,m} c_{ik}^{l,m} d_{lm}$$

Теорія (2/4)

PHYWE

Тензор $\hat{e}$ є симетричним для пружного тіла, тому з 81 компоненти залишається лише 21. Для ізотропного пружного тіла це число зменшується до 2, тобто модуль пружності E і модуль зсуву G або коефіцієнт Пуассона μ :

$$\tau_{11} = \frac{E}{1+\mu} (d_{11} + \frac{\mu}{1-2\mu} (d_{11} + d_{22} + d_{33}))$$

$$\tau_{12} = G d_{12} = \frac{1}{2} \cdot \frac{E}{1+\mu} \cdot d_{12}$$

і аналогічно для $\tau_{22}, \tau_{33}, \tau_{13}, \tau_{23}$

Якщо сила діє тільки в одному напрямку, то

$$\tau_{22} = \tau_{33} = 0$$

тому отримуємо (2)

$$\tau_{11} = E \cdot d_{11}.$$

Якщо на стрижень висотою b і шириною a , який з обох кінців підтримується опорами (розділеними відстанню L), прикласти силу F_y , що діє в центрі, то він поводитиметься так само, як стрижень, що підтримується посередині, а на два його кінці діє сила $F_y/2$ у протилежному напрямі. Для того, щоб виразити вигин λ як функцію модуля пружності E , спочатку розглянемо елемент об'єму

Теорія (3/4)

PHYWE

$$dV = d \cdot a \cdot b$$

верхній шар якого при згинанні вкорочується, а нижній подовжується. Довжина центрального шару залишається незмінною (нейтральне середовище).

На рис. 2 I і II позначають сторони до і після деформації.

Використовуючи символи, наведені на рис. 2, отримаємо:

$$d\lambda = x \cdot d\varphi = \frac{2\sigma x}{b}$$

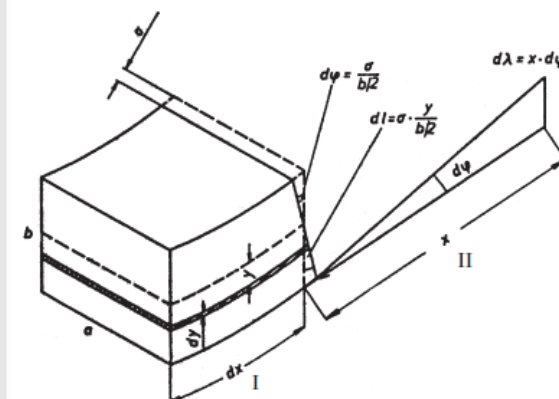


Рис. 2: Деформація стрижня.

Теорія (4/4)

PHYWE

Сила пружності dF_x , яка створює подовження dl , згідно з (1), дорівнює

$$\frac{dF_x}{ds} = E \frac{dl}{dx}$$

де $ds = a \cdot dy$ площа повернутого шару.

Сила створює крутний момент

$$dT_z = y dF_x = \frac{2Ea\sigma}{b \cdot dx} y^2 dy$$

Сума цих крутних моментів, створених пружними силами, повинна дорівнювати крутному моменту, створеному зовнішньою силою $F_y/2$.

$$\frac{Ea\sigma b^2}{6dx} = \frac{F_y}{2} \cdot x$$

з яких ми отримуємо:

$$d\lambda = \frac{6F_y x^2}{Eab^3} dx$$

і, після інтегрування, сумарний вигин дорівнює:

$$\lambda = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{L}{B}\right)^3 \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{F_y}{E}.$$

Обладнання

PHYWE

Позиція	Матеріал	Пункт №.	Кількість
1	Індикатор годинникового типу, 10/ 0,01 мм	03013-00	1
2	Тримач для індикатора годинникового типу	03013-01	1
3	Плоскі стрижні, набір	17570-00	1
4	Хомут з різцем	03015-00	1
5	Штифт із різьбою	02049-00	2
6	Тримач для важків із прорізами, 10 г	02204-01	1
7	Динамометр, прозорий, 1 Н	03065-02	1
8	Триножник	02002-55	2
9	Штативний стрижень, нерж. ст., l=250 мм, d = 10 мм	02031-00	2
10	Штативний стрижень, нерж. ст., l=750 мм	02033-00	1
11	Прямокутний затискач	02054-00	5
12	Гиря, 10 г, срібло/бронза	02205-03	10
13	Гиря, 50 г, срібло/бронза	02206-03	6

PHYWE



Підготовка та виконання роботи

Підготовка

PHYWE

Експериментальна установка має вигляд, як показано на рис. 1. Індикатор годинникового типу встановлюється на кромці штифта з різьбою. Плоскі стрижні повинні бути точно розташовані на двох опорних кромках штифта з можливістю переміщення в напрямках x та y . Геометричні дані установки і стрижнів повинні бути записані кілька разів або в різних положеннях.

Оскільки вимірювальний прилад (індикатор годинникового типу) має відновлювальну силу, яка відповідає закону Гука $F \sim s$, то в першу чергу необхідно визначити його характеристичну криву.

Виконання роботи (1/2)

PHYWE

Результуюча сила F_r стрілочного динамометра дорівнює сумі

$$F_r = F_h + F_f$$

де F_h = Статична сила тертя (постійна)

F_f = відновлювальна сила ($F \sim s$)

Оскільки статична сила тертя завжди діє протилежно до напрямку руху, то під час запису характеристичної кривої індикатора годинникового типу, а також під час проведення експерименту слід стежити за постійним напрямком сили.

Крім того, плунжер вручну піднімається (зонд розвантажується), а потім плавно опускається. Завдяки цій процедурі виникає результуюча сила F :

$$F_r = F_f - F_h$$

Характерна крива індикатора годинникового типу:

Динамометр і плунжер індикатора встановлені таким чином, що індикатор показує повне відхилення. Зменшення натягу сили, що діє на динамометр, призводить до виникнення сили, яка відповідає вищезазначеним умовам.

Виконання роботи (2/2)

PHYWE

За допомогою динамометра необхідно записати характеристичну криву індикатора годинникового механізму.

Під час експерименту сили повинні бути відповідно скориговані.

Це означає, що необхідно розрахувати результуючу силу F .

Отже, ефективна сила - це сума ваги додаткових мас і результуючої сили, що діє на індикатор.

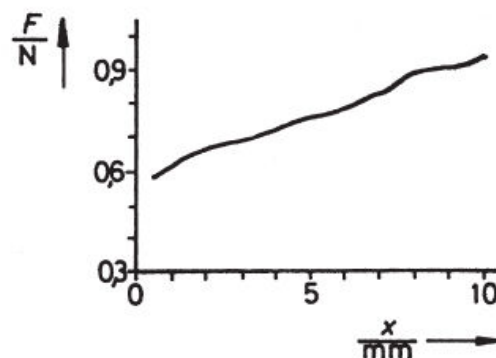
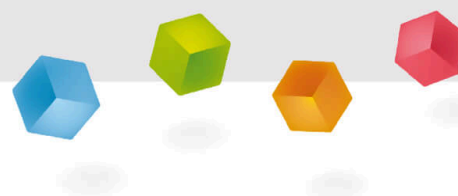


Рис. 3: Характеристична крива індикатора.

PHYWE

Оцінка



Результати (1/3)

PHYWE

Матеріал	Розміри, мм	$E [Н \cdot м^{-2}]$
Сталь	10×1.5	$2.059 \cdot 10^{11}$
Сталь	10×2	$2.063 \cdot 10^{11}$
Сталь	10×3	$2.171 \cdot 10^{11}$
Сталь	15×1.5	$2.204 \cdot 10^{11}$
Сталь	20×1.5	$2.111 \cdot 10^{11}$
Алюміній	10×2	$6.702 \cdot 10^{10}$
Латунь	10×2	$9.222 \cdot 10^{10}$

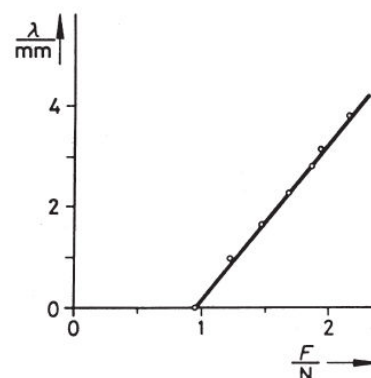


Рис. 4: Згинання стрижня в залежності від сили (сталь, $L = 0,48$ м, $a = 10$ мм, $b = 1,5$ мм).

Результати (2/3)

PHYWE

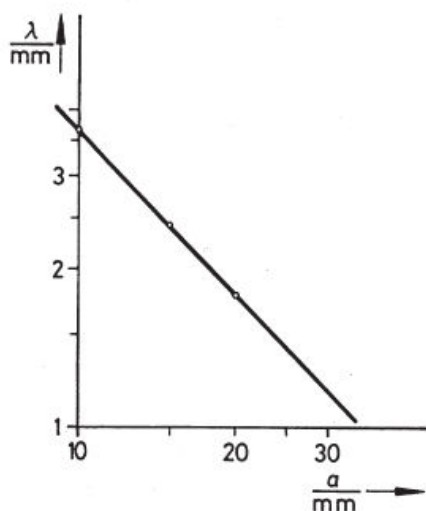


Рис. 5: Згинання стрижня в залежності від його ширини при постійній силі (сталь, товщина = 1,5 мм).

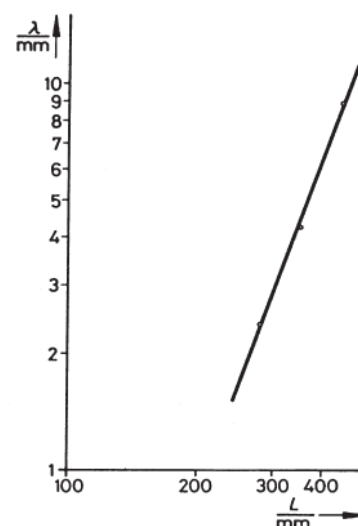


Рис. 6: Згинання стрижня в залежності від його довжини при постійній силі.

Результати (3/3)

PHYWE

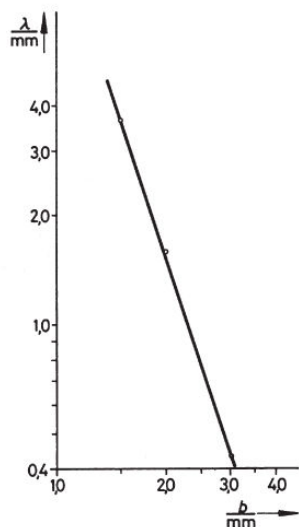


Рис. 7: Згинання стрижня в залежності від його товщини при постійній силі (сталь, ширина = 10 мм).