

## Verwandte Begriffe

Geschwindigkeit, Beschleunigung, Kraft, Erdbeschleunigung, kinetische Energie, potentielle Energie.

## Prinzip

Eine Masse, die über einen Seidenfaden mit einem Wagen verbunden ist, fällt auf den Boden. Die daraus resultierende Bewegung des Wagens wird per Video aufgenommen und mit der Software measure Dynamics ausgewertet. Der Zusammenhang von Weg-Zeit, Geschwindigkeit-Zeit und die Beziehungen zwischen Masse, Beschleunigung und Kraft werden mit Hilfe der Rollenfahrbahn für eine gleichmäßig beschleunigte, geradlinige Bewegung bestimmt. Zusätzlich wird die hierbei auftretende Energieumwandlung von potentieller in kinetische Energie sowohl graphisch als auch durch Einblenden der verschiedenen Energieformen mittels Balken in das Video dargestellt.

## Material

1	Rollenfahrbahn	11305-00
1	Halter für Umlenkrolle	11305-11
1	Endhalter für Rollenfahrbahn	11305-12
1	Messwagen, saphirgelagert	11306-00
1	Startvorrichtung für Rollenfahrbahn	11309-00
1	Röhrchen mit Stecker	11202-05
1	Nadel mit Stecker	11202-06
1	Haltemagnet mit Stecker	11202-14
1	Plastilina, 10 Stangen	03935-03
1	Seidenfaden, Nähseide, auf Röllchen l=200m	02412-00
1	Gewichtsteller für Schlitzgewichte	02204-00
4	Schlitzgewichte, schwarz lackiert, 10 g	02205-01
1	Kompaktaage, OHAUS, CS2000 inklusive Netzgerät	48917-93
1	Software measure Dynamics	14440-61
1	Umlenkrolle	11305-10
1	Markierungspunkt	06305-04

## Zusätzlich erforderlich

Runder, farbiger Kreis, Videokamera, Stativ, PC

## Aufgaben

Aufgabe 1: Bestimmen des zurückgelegten Wegs als Funktion der Zeit.

Aufgabe 2: Bestimmen der Geschwindigkeit als Funktion der Zeit.

Aufgabe 3: Einblenden der Geschwindigkeit in das Video.

Aufgabe 4: Graphische Darstellung der Energieumwandlung von potentieller in kinetische Energie unter Gültigkeit der Energieerhaltung.

Aufgabe 5: Einblenden von potentieller, kinetischer und Gesamtenergie in das Video.

## Aufbau und Durchführung

Der Versuchsaufbau ist in Abb. 1 dargestellt. Die Startvorrichtung wird derart an die Bahn montiert, dass der Wagen keinen Anfangsimpuls erhält. Es ist weiterhin sicherzustellen, dass die fallende Masse  $m_1$ , die über einen Seidenfaden mit dem Wagen der Masse  $m_2$  zu verbinden ist, über ein sich drehendes Rad geführt wird. Außerdem muss sichergestellt werden, dass die Masse  $m_1$  weder vor noch während der Messung schwingt und frei, d.h. ohne eine Tischecke oder ähnliches zu berühren, auf den Boden fällt. Die Masse des Wagens  $m_2$  kann durch Hinzufügen von geschlitzten Gewichten an die Stange des Wagens verändert werden. Hierdurch wird eine symmetrische Gewichtsverteilung als Voraussetzung für optimale Gleiteigenschaften sichergestellt. Zusätzlich wird für die spätere Videoanalyse an die Stange des Wagens ein großer, runder, farbiger Kreis geklebt. Auch die fallende Masse  $m_1$ , die dadurch als beschleunigende Kraft auf den Wagen wirkt, kann durch Verändern der Anzahl der Gewichte auf dem Gewichtsteller für Schlitzgewichte verändert werden.

Vor Beginn des Versuchs ist noch die Masse des Wagens ohne Zusatzgewichte zu bestimmen und der Endhalter für die Rollenfahrbahn am Ende der Bahn zu positionieren. Bevor nun mit der Messung begonnen werden kann, ist es unverzichtbar, die horizontale Ausrichtung der Bahn zu kontrollieren. Falls nötig, kann dies durch Verstellen der drei Stellschrauben, auf denen die Bahn steht, erreicht werden.

Bei der Videoaufnahme muss bzgl. der Einstellung und Positionierung der Kamera auf folgende Aspekte geachtet werden:

- Die Zahl der Bilder pro Sekunde sollte auf ca. 30 fps eingestellt werden.
- Es ist ein heller, homogener Hintergrund zu wählen.
- Der Versuchsablauf ist zusätzlich zu belichten.
- Der Versuch ist in der Bildmitte aufzunehmen, hierzu ist die Videokamera auf einem Stativ mittig zum Versuch zu positionieren.



Abbildung 1: Versuchsaufbau

- Der Versuch sollte möglichst formatfüllend aufgenommen werden..
- Die optische Achse der Kamera hat parallel zur Versuchsanordnung (keine Bewegung in y-Richtung) zu verlaufen.
- Zur Skalierung wird die Fallstrecke der Masse  $m_1$  bestimmt und sichtbar auf der Fahrbahn markiert.

Nun kann mit der Videoaufnahme begonnen und der Versuch gestartet werden.

## Theorie

Newton's Bewegungsgleichung für einen Massepunkt der Masse  $m$  auf den eine Kraft  $\vec{F}$  wirkt, ist durch folgenden Zusammenhang gegeben:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

mit der Beschleunigung

$$\vec{a} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

Und dem Ort  $\vec{r}$ . Die Geschwindigkeit  $\vec{v}$ , die sich aus der Einwirkung einer konstanten Kraft  $\vec{F}$  ergibt, ist als Funktion der Zeit durch den Ausdruck

$$\vec{v}(t) = \frac{\vec{F}}{m} \cdot t$$

mit der Anfangsbedingung

$$\vec{v}(t = 0) = 0$$

gegeben. Angenommen es sei

$$\vec{v}(t = 0) = 0; \quad \vec{r}(t = 0) = 0,$$

dann gilt: der Ort  $\vec{r}$ , der auf einen Massepunkt  $m$  einwirkenden Kraft  $\vec{F}$  ist

$$\vec{r}(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\vec{F}}{m} \cdot t^2 \quad (0)$$

Im vorliegenden Fall ist die Bewegung eindimensional und die Kraft  $F$ , die aufgrund der Masse  $m_1$  wirkt, ist

$$|\vec{F}| = m_1 \cdot |\vec{g}| = m_1 \cdot g,$$

mit der Erdbeschleunigung  $g$ . Mit der insgesamt zu bewegenden Masse  $m = m_1 + m_2$  (= fallende Masse  $m_1$  + Gesamtmasse  $m_2$  des Wagens) ist die Bewegungsgleichung gegeben durch

$$(m_1 + m_2) \cdot |\vec{a}| = m_1 \cdot g; \quad (1)$$

Die Geschwindigkeit ist

$$|\vec{v}(t)| \equiv v = \frac{m_1 \cdot g}{m_1 + m_2} \cdot t \quad (2)$$

und der Ort ist

$$|\vec{r}(t)| \equiv s(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_1 \cdot g}{m_1 + m_2} \cdot t^2 \quad (3)$$

## Auswertung und Ergebnisse

Die Auswertung wird anhand des folgenden Musterversuchs veranschaulicht. Die beschleunigende Strecke beträgt 0,76 m, die beschleunigende Masse  $m_1$  10 g, die Gesamtmasse  $m_2$  des Wagens 395 g (einschließlich Nadel mit Stecker, Haltemagnet mit Stecker, Nadel und Fahne).

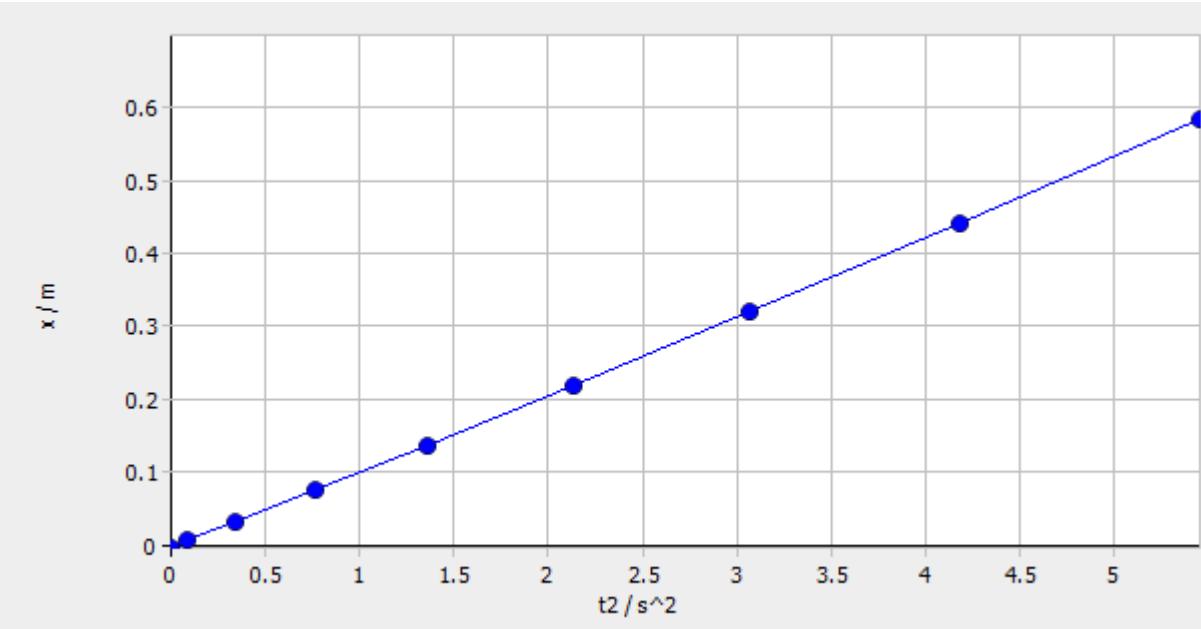
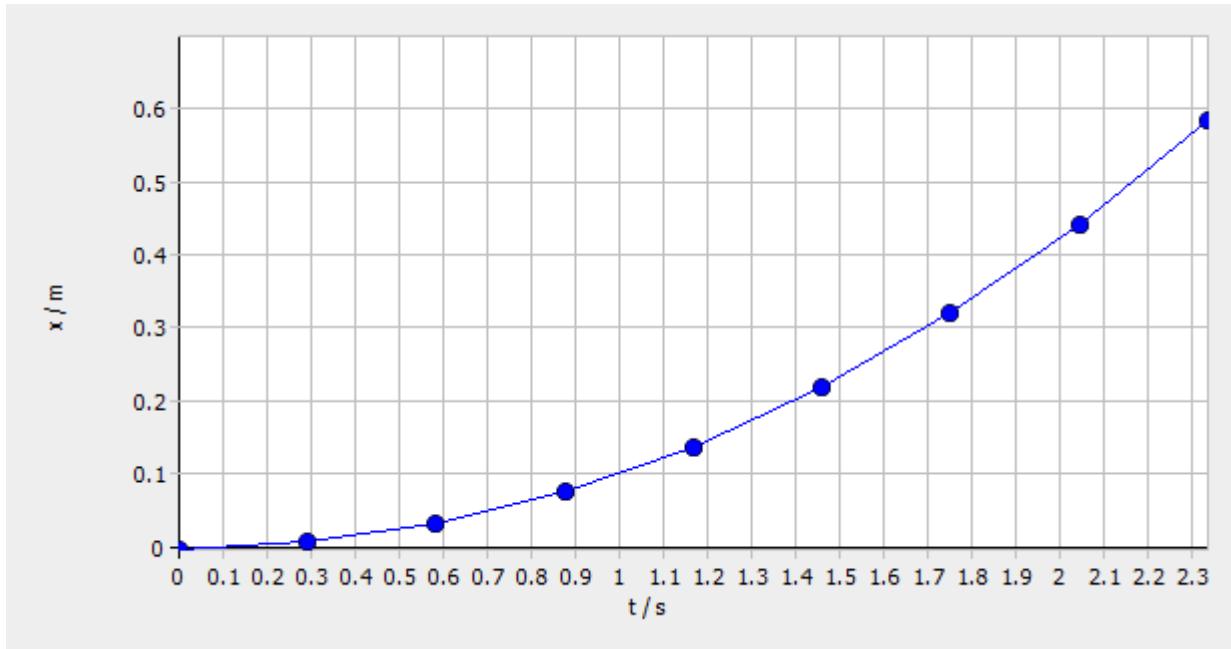
Das aufgenommene Video wird an den Computer übertragen. Sodann wird das Programm measure Dynamics gestartet und das Video unter „Datei“ – „Video laden ...“ geöffnet. Zur weiteren Analyse werden in dem Video mit Hilfe der Menüzeile oberhalb des Videos Versuchsbeginn („Startmarke“ und „Zeitnullpunkt“) und Versuchsende („Endmarke“) festgelegt. Der Versuch beginnt mit dem Start des Wagens und endet, wenn der Wagen die Markierung erreicht, an der die beschleunigende Masse den Boden berührt. Anschließend wird unter „Videoanalyse“ – „Skalierung ...“ – „Maßstab“ die vorher ausgemessene und markierte beschleunigende Strecke mit der im Video erscheinenden Strecke markiert und die sich hieraus ergebende Länge in das Eingabefenster eingegeben. Außerdem wird unter „Bildrate ändern“ die bei der Aufnahme eingestellte Bildrate, hier 30, eingetragen. Unter „Ursprung und Richtung“ wird der Ursprung des Koordinatensystems auf den Startpunkt des Wagens gesetzt und mit Hilfe der rechten Maustaste so gedreht, dass der Wagen in die positive x-Richtung fährt.

Nun kann unter „Videoanalyse“ – „Automatische Analyse“ bzw. „Manuelle Analyse“ mit der eigentlichen Analyse der Bewegung begonnen werden. Bei der automatischen Analyse empfiehlt es sich, unter dem Reiter „Analyse“ „Bewegungserkennung mit Farbanalyse“ auszuwählen. Unter „Optionen“ kann die automatische Analyse zusätzlich bei Bedarf optimiert werden, indem z.B. die Empfindlichkeit geändert oder der Suchradius eingeschränkt wird. Als nächstes ist in dem Video eine Filmposition zu suchen, auf der der Wagen frei sichtbar ist. Sodann wird der farbige Kreis des Wagens angeklickt. Wird das Objekt erkannt, erscheint ein grünes Rechteck und die Analyse kann durch Klicken auf Start begonnen werden. Werden mit Hilfe der automatischen Analyse keine zufriedenstellenden Ergebnisse erzielt, kann unter „Manuelle Analyse“ die Messreihe korrigiert werden, indem der farbige Kreis manuell markiert wird.

Ist die beschleunigende Masse  $m_1$  so gering, dass sich der Wagen zwischen zwei Einzelbildern nur wenig bewegt, sollte die Schrittweite für den Versuch verändert werden. Wird die Schrittweite beispielsweise auf „5“ gesetzt, wird nur jedes fünfte Bild zur Auswertung verwendet.

### Aufgabe 1: Bestimmen des zurückgelegten Wegs als Funktion der Zeit.

Um die Kurve der zurückgelegten Strecke als Funktion der Zeit graphisch darzustellen, geht man über „Anzeige“ zu „Diagramm“, klickt auf „Optionen“, löscht alle bereits existierenden Graphen und wählt die Graphen t (waagrechte Achse) – x (senkrechte Achse) aus. Es ergibt sich:

Abbildung 3: Darstellung des Weges  $x$  in Abhängigkeit vom Quadrat der Zeit  $t$ Abbildung 2: Darstellung des Weges  $x$  in Abhängigkeit von der Zeit  $t$ 

Wie aus der Theorie gemäß Gleichung (0) zu erwarten war, ergibt sich gemäß Abbildung 2 ein quadratischer Zusammenhang. Um dies nun genauer zu untersuchen, ist es zweckmäßig, die Abhängigkeit der zurückgelegten Strecke in Abhängigkeit vom Quadrat der Zeit zu betrachten. Um dies graphisch darstellen zu können, muss jedoch vorher das Tabellenblatt durch Klicken von „Neue Spalte“ in der Tabellenmenüzeile erweitert werden. In die neue Spalte wird nun „ $t^2$ “ (Einheit: „ $s^2$ “; Formel: „ $t^2$ “) eingetragen. Nun lässt sich, analog zum  $t$ - $x$  Diagramm, das  $t^2$ - $x$  Diagramm darstellen und es ergibt sich:

Aus Abbildung 3 ist ersichtlich, dass sich der Weg linear zum Quadrat der Zeit verhält. Klickt man in der Menüzeile des Diagramms auf „Optionen“ und geht in diesem Reiter zu „Regressionsgerade“, erscheint im Diagramm die Regressionsgerade und im Menüfenster die entsprechende Funktion. Hier beträgt die Steigung der Kurve 0,107. Aus Gleichung (0) ergibt sich:

$$F = 2 \cdot (m_1 + m_2) \cdot 0,107 = 0,087 \text{ N}$$

Dies entspricht näherungsweise der Gewichtskraft der beschleunigenden Masse  $m_1$ :

$$F = m_1 \cdot g = 0,098 \text{ N}$$

Der theoretisch zu erwartende lineare Zusammenhang des zurückgelegten Weges als Funktion der Zeit kann durch diesen Versuch experimentell bestätigt werden.

*Aufgabe 2: Bestimmen der Geschwindigkeit als Funktion der Zeit.*

Durch analoges Vorgehen kann die Geschwindigkeit in x-Richtung als Funktion der Zeit dargestellt werden. Es ergibt sich:

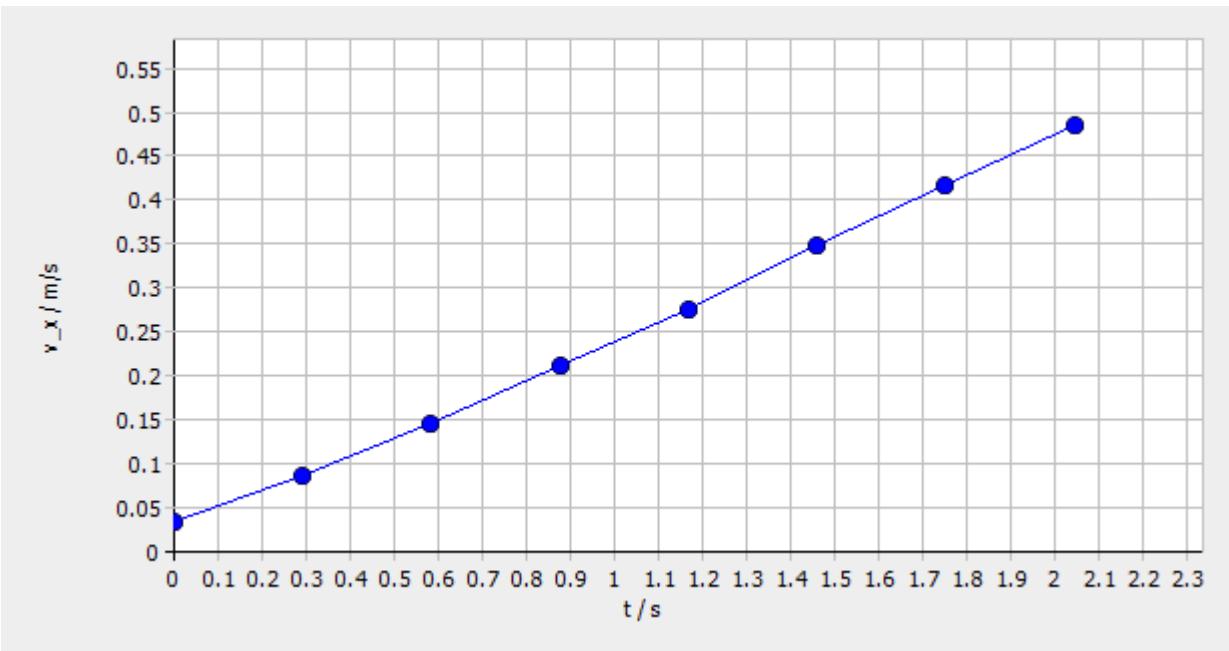


Abbildung 4: Geschwindigkeit in Bewegungsrichtung ( $x$ -Richtung) in Abhängigkeit von der Zeit  $t$

Aus Abbildung 4 ist zu erkennen, dass sich die Geschwindigkeit linear zur Zeit verhält. Die hieraus resultierende Regressionsgerade ergibt eine Steigung von 0,2234. Gemäß den Gleichungen (1) und (2) entspricht dies der Beschleunigung  $a$ . Gemäß der Theorie war eine Beschleunigung von

$$a = \frac{m_1 \cdot g}{m_1 + m_2} = 0,24 \text{ m/s}^2$$

zu erwarten. Somit entspricht unser experimentell ermittelter Wert näherungsweise dem aus der Theorie zu erwartenden Wert.

### Aufgabe 3: Einblenden der Geschwindigkeit

Das Video kann durch Einstempeln der Geschwindigkeit sehr anschaulich dargestellt werden. Hierzu geht man unter „Anzeige“ zu „Filter und Einblendungen ...“, klickt auf „Neuen Filter hinzufügen“ und wählt den „Geschwindigkeitspfeil“ aus. In der „Filterkonfiguration“ aktiviert man im Reiter „Begrenzung“ „Filter sichtbar“, unter „zeitliche Begrenzung“ wählt man als „Startmarke“ „0“ und als „Endmarke“ „-1“. Im Reiter „Symbol“ wählt man, da die Geschwindigkeit ein Vektor ist, als Symbol einen „Pfeil“ aus. Als „Spurlänge“ wählt man „0“, ein eingeblendetes Symbol bleibt so das ganze restliche Video über eingeblendet. Die „Schrittweite“ ist so einzustellen, dass ca. fünf bis acht Geschwindigkeitsvektoren eingeblendet werden, ansonsten wird es zu unübersichtlich. Im Reiter „Datenquelle“ wählt man unter „Startpunkt“ die Tabelle des Wagens aus und als „Zeitinkrement“ „0“. Als „x-Koordinate“ wird „x“ ausgewählt. Als „y-Koordinate“ wird „Fixwert“ gewählt und so positioniert, dass die Vektoren knapp oberhalb des Versuchs eingeblendet werden. Nun wählt man einen geeigneten „Streckungsfaktor“ so aus, dass die Vektoren nicht zu kurz sind, sich aber auch nicht gegenseitig überlappen. Unter „Endpunkt“, wählt man wieder die Tabelle des Wagens aus und setzt das „Zeitinkrement“ wieder auf „0“. Als „x-Koordinate“ wählt man „ $v_x$ “, als „y-Koordinate“ wird „Fixwert“ ausgewählt und auf „0“ gesetzt. Abschließend ist „Benutzerdefinierte Skalierung“ zu aktivieren. Unter „Anzeige“ – „Zeichnen ...“ können die Pfeile unter „Text“ schließlich noch beschriftet werden. Über „Export“-„Serienbild erstellen ...“ ergibt sich:

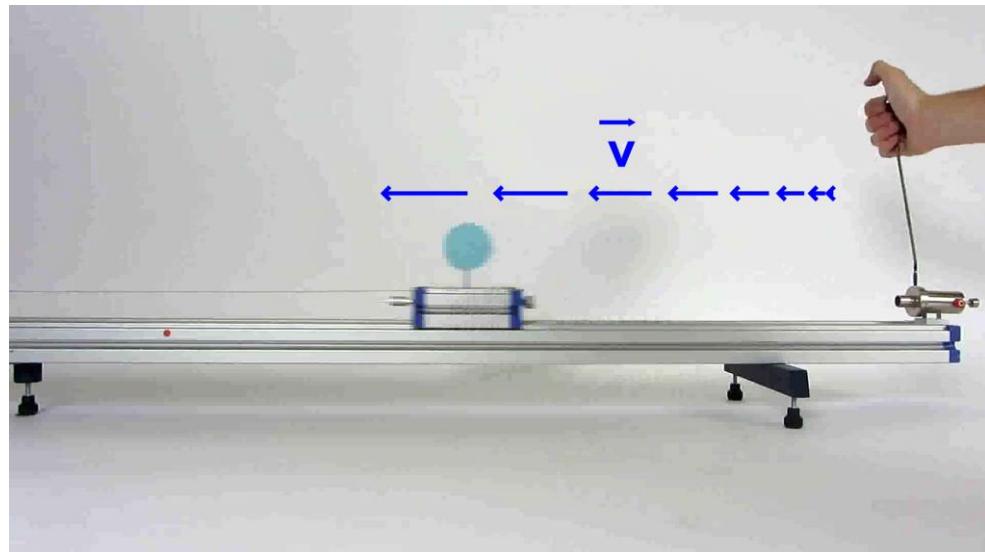


Abbildung 5: Einblenden der Geschwindigkeitsvektoren

Aus Abbildung 5 ist nun folgendes zu erkennen: Aus der Pfeilrichtung ergibt sich die Richtung der Geschwindigkeit und somit die Bewegungsrichtung des Wagens. Die Pfeillängen nehmen näherungsweise linear zu, die Pfeillänge ist hierbei ein Maß für den Betrag der Geschwindigkeit. , Die erkennbare lineare Zunahme der Pfeillängen verdeutlicht nochmals visuell das Ergebnis der Aufgabe 2.

*Aufgabe 4: Graphische Darstellung der Energieumwandlung von potentieller in kinetische Energie unter Gültigkeit der Energieerhaltung.*

Aus den bisherigen Messungen lässt sich nun anschaulich die Umwandlung der potentiellen Energie in kinetische Energie darstellen. Hierfür sind im Tabellenblatt drei neue Spalten zu erzeugen. In der ersten Spalte wird die kinetische Energie (Name: „E\_kin“; Einheit: „J“; Formel: „ $0,5 \cdot (m_1+m_2) \cdot (v_x)^2$ “ und in die zweite Spalte die potentielle Energie (Name: „E\_pot“; Einheit: „J“; Formel: „ $m_1 \cdot g \cdot (h-x)$ “) mit der Länge h vom Start des Wagen bis zum Ende der beschleunigten Strecke. In die dritte Spalte wird die Gesamtenergie (Name: E\_ges; Einheit: „J“; Formel: „ $E_{kin}+E_{pot}$ “) eingetragen.

Nun werden über die Zeit die drei Graphen t-E\_kin, t-E\_pot und t-E\_ges in ein Diagramm eingetragen. Es ergibt sich:

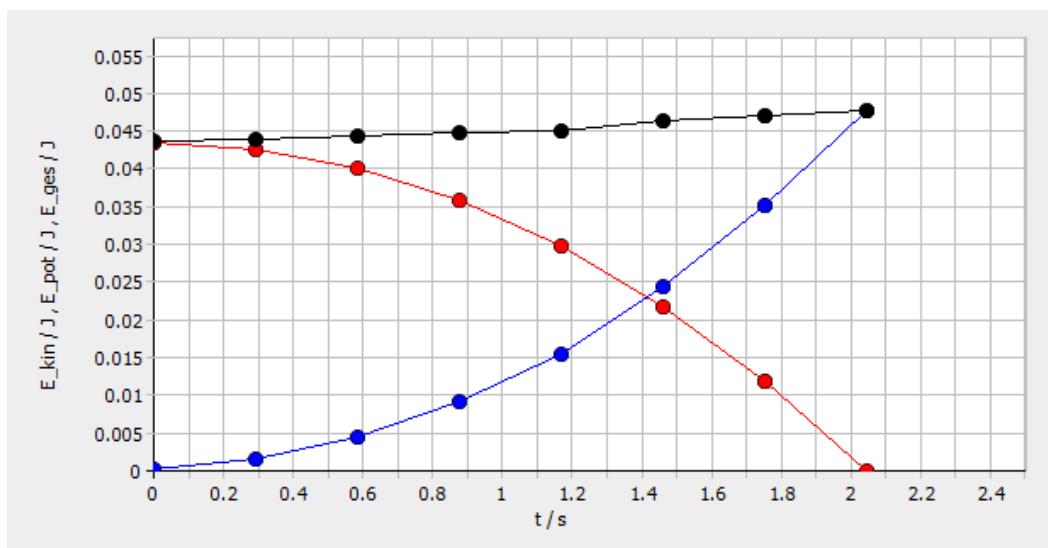


Abbildung 6: Darstellung der kinetischen Energie (blau), der potentiellen Energie (rot) und der Gesamtenergie (schwarz) als Funktion der Zeit

Aus Abbildung 6 ist zu erkennen, dass zu Beginn des Versuchs ausschließlich potentielle Energie der Masse  $m_1$  vorhanden. Nach dem Start des Versuchs fällt die Masse  $m_1$  auf den Boden, dabei wird der Wagen der Masse  $m_2$  und die beschleunigende Masse  $m_1$  beschleunigt, die potentielle Energie wird also in kinetische Energie umgewandelt. Dies geschieht so lange, bis die Masse  $m_1$  keine potentielle Energie mehr hat. Die Gesamtenergie, d.h. die Summe aus potentieller und kinetischer Energie, bleibt dabei in etwa konstant.

#### Aufgabe 5: Einblenden von potentieller, kinetischer und Gesamtenergie in das Video

Ähnlich lässt sich auch die Umwandlung der potentiellen Energie in kinetische Energie anschaulich in das Video integrieren. Wieder wird unter „Anzeige“ – „Filter und Einblendungen ...“ der „Geschwindigkeitspfeil“ ausgewählt und hinzugefügt. Im Dialogfeld zur „Filterkonfiguration“ wird im Reiter „Begrenzung“ wieder „Filter sichtbar“ aktiviert und die „zeitliche Begrenzung“ des Filters festgelegt. Anschließend wird im Reiter „Symbol“ unter „Symbol ändern“ das Symbol „Linie“ ausgewählt. Unter „Symbol ändern“ ist es empfehlenswert, die Breite der Linie unter „Eigenschaften“ hinreichend groß zu wählen. Die „Spurlänge“ und die „Schrittweite“ sind auf „1“ zu setzen. Im Reiter „Datenquelle“ wählt man unter „Startpunkt“ die Tabelle des Wagens aus und als „Zeitinkrement“ „0“. Als „x- und y-Koordinate“ wählt man „Fixwert“ aus und positioniert diesen Wert nun so, dass der Balken gut sichtbar ist. Unter „Endpunkt“ wählt man wieder die Tabelle des Wagens aus und setzt das „Zeitinkrement“ auf „0“. Als „x-Koordinate“ wählt man wieder „Fixwert“ und stellt diesen auf „0“, als „y-Koordinate“ wählt man „E\_ges“ und aktiviert „Benutzerdefinierte Skalierung benutzen“. Abschließend ist der „Streckungsfaktor“ geeignet zu wählen.

Analog wird direkt daneben ein zweiter Balken für die Gesamtenergie erstellt. Mit den gleichen Koordinaten, d.h. über den zweiten Balken der Gesamtenergie wird analog ein Balken für die kinetische Energie des Wagens unter „Endpunkt“ wird als „y-Koordinate“ nun „E\_kin“ gewählt). Durch diese Überlagerung der Balken für die Gesamtenergie und die kinetische Energie erhält man indirekt den Balken für die potentielle Energie, der der Subtraktion der kinetischen Energie von der Gesamtenergie entspricht. Unter „Anzeige“ – „Zeichnen ...“ können die Balken unter „Text“ schließlich noch beschriftet werden. Über „Export“-„Serienbild erstellen ...“ ergibt sich:

Aus Abbildung 7 ist zu erkennen, dass sich die potentielle Energie vollständig in kinetische Energie umwandelt, die Gesamtenergie dabei allerdings konstant bleibt. Dies ist eine sehr anschauliche Bestätigung der Umwandlung von potentieller Energie in kinetische Energie unter Gültigkeit der Energieerhaltung.

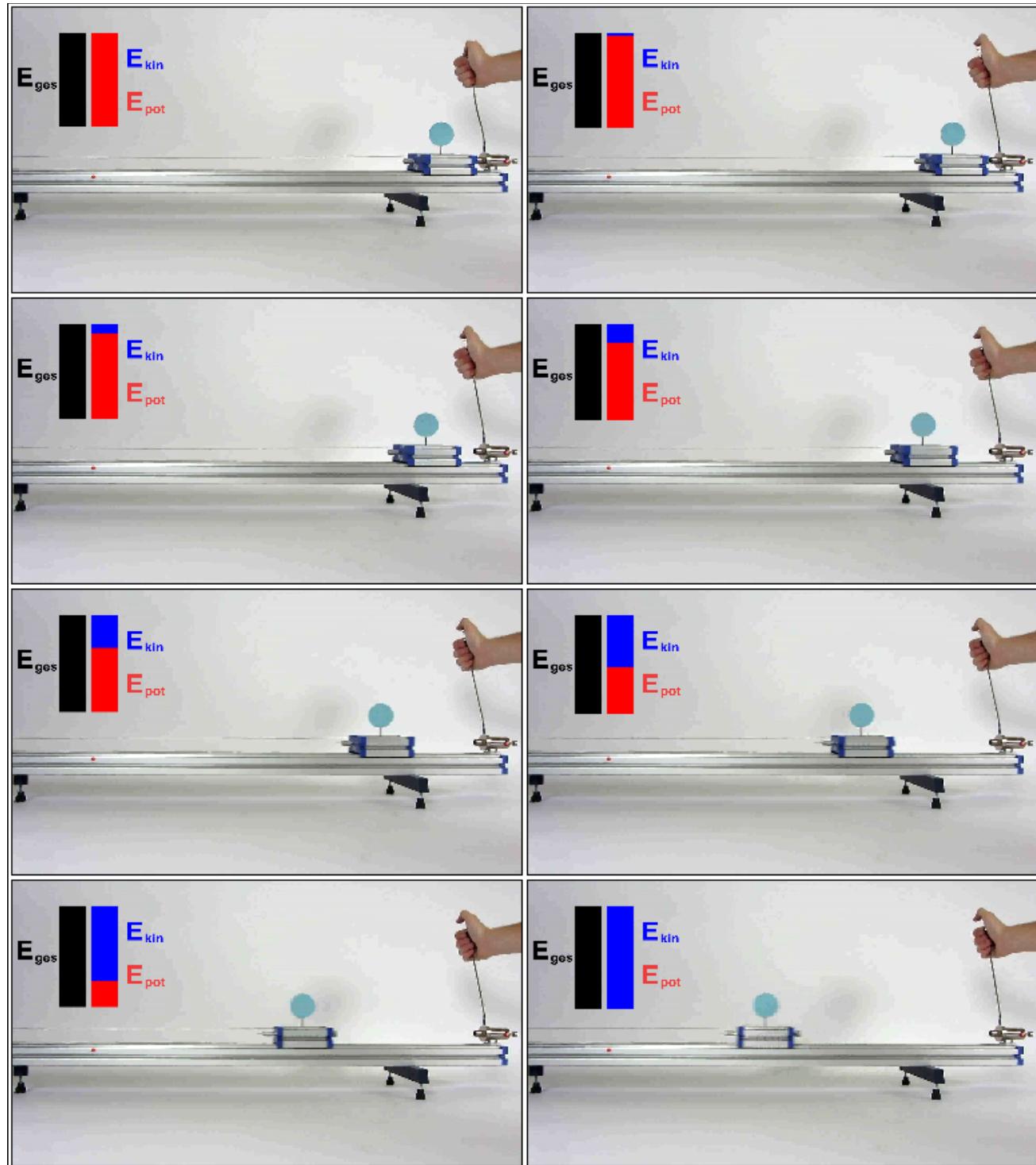


Abbildung 7: Serienbild zur Einblendung der Energieumwandlung