

Harmonische Schwingungen von Schraubenfedern, parallel und in Serie gekoppelt mit Cobra4 (Artikelnr.: P2132660)

Curriculare Themenzuordnung

**Schwierigkeitsgrad**

Schwer

Vorbereitungszeit

10 Minuten

Durchführungszeit

10 Minuten

empfohlene Gruppengröße

2 Schüler/Studenten

Zusätzlich wird benötigt:

- PC mit USB-Schnittstelle, Windows XP oder höher

Versuchsvarianten:**Schlagwörter:**

Federkonstante, Hookesches Gesetz, Federn parallel, Federn in Reihe

Einführung

Für unterschiedliche Federn und Federkombinationen soll die Federkonstante D bestimmt werden. Für die verschiedenen experimentellen Versuchsaufbauten und die angehängten Massen ist die Schwingungsdauer zu messen.



Abb.. 1: Versuchsaufbau, Federn in Reihe und parallel verbunden

Material

Position	Material	Bestellnr.	Menge
1	Cobra4 Wireless/USB-Link	12601-10	1
2	Cobra4 Sensor-Unit Force, Kraft $\pm 10\text{ N}$	12646-00	1
3	Gewichtsteller für Schlitzgewichte	02204-00	1
4	Schlitzgewicht, schwarzlackiert, 10 g	02205-01	4
5	Schlitzgewicht, schwarzlackiert, 50 g	02206-01	7
6	Dreifuß PHYWE	02002-55	1
7	Stativstange PHYWE, 4 Kanten, $l = 1000\text{ mm}$	02028-55	1
8	Doppelmuffe PHYWE	02040-55	1
9	Schraubenfeder, 3 N/m	02220-00	2
10	Schraubenfeder, 20 N/m	02222-00	1
11	Software measure Cobra4, Mehrfachlizenz	14550-61	1
Zusätzlich benötigt:			
	PC mit USB-Schnittstelle, Windows XP oder höher		1

Aufbau und Durchführung

Aufbau

- Entsprechend dem Übersichtsfoto Abb. 1 sind die Federkonstanten der Federn zu messen. Dazu werden insgesamt drei Federn benötigt: Feder 1 und Feder 2 mit einer Federkonstanten von $D = 3 \text{ N/m}$ und Feder 3 mit $D = 20 \text{ N/m}$.
- Drei Messreihen sollen ausgeführt werden. Zuerst jede Feder einzeln (Feder 1 oder Feder 2 und Feder 3) mit variierenden Massen schwingen lassen, die Schwingungsdauer bestimmen und die Federkonstante berechnen. Dann werden zwei Federn parallel und in Reihe verbunden und wiederum die Federkonstante bestimmt.
- Die Kombinationen der Federn und angehängten Massen, welche gemessen werden sollen, befinden sich in den Tabellen 1–3.

Durchführung

- PC und Windows starten.
- Cobra4 Wireless/USB-Link via USB-Kabel in die USB-Schnittstelle des PCs stecken.
- Softwarepaket measure am PC starten.
- Den Cobra4 Wireless/USB-Link mit angesteckter Cobra4 Sensor-Unit Kraft 10 N einschalten.
- Beim Einschalten wird der Kraftsensor tariert, das heißt zu Beginn zeigt er eine Gewichtskraft von 0 N.
- Experiment laden (Experiment > Experiment öffnen). Es werden nun alle benötigten Voreinstellungen zur Messwertaufnahme gestartet.
- Messwertaufnahme in measure starten .
- Die Schwingung des Federpendels ca. 1 Minute aufnehmen, dann Messung beenden . Wähle „Messungen an measure übertragen“. Wiederhole die Messung für alle Federkombinationen und angehängten Massen.

Ergebnisse und Auswertung

Ein typisches Messergebnis ist in Abb. 2 dargestellt. Die Federkraft ist im oberen Umkehrpunkt des Pendels minimal (keine Dehnung durch das Gewicht) und im unteren Umkehrpunkt maximal (maximale Dehnung der Feder). Die Schwingungsdauer T kann aus der aufgenommenen Messung bestimmt werden: Entweder aus dem Abstand der Schwingungsmaxima oder mittels Fourieranalyse. Beide Methoden werden nachfolgend beschrieben.

Um die Schwingungsdauer T aus dem Abstand der Schwingungsmaxima der Kraft zu bestimmen, wird die Funktion „Vermessen“ angewendet. Dazu werden die Cursorlinien so positioniert, dass sie auf den Schwingungsmaxima liegen deren Abstand bestimmt werden soll. Über „Darstellungsoptionen“, „Symbole“ ist es möglich, die einzelnen Messpunkte anzuzeigen. Für eine bessere Genauigkeit empfiehlt es sich, den Abstand zwischen mehreren Messpunkten (hier zehn) zu bestimmen und dann zu mitteln.

Die Schwingungsdauer der Feder kann alternativ über die Funktion „Fourieranalyse“ (Abb. 2) erhalten werden. Hierfür zuerst den Messbereich mit Hilfe der Begrenzungslinien auswählen und dann einen geeigneten Off-set auswählen (in Abb. 2 ist dieser bei 1.80). Zusätzlich kann man die Funktion „Peakanalyse“ verwenden um die Oszillationsfrequenz anzeigen zu können.

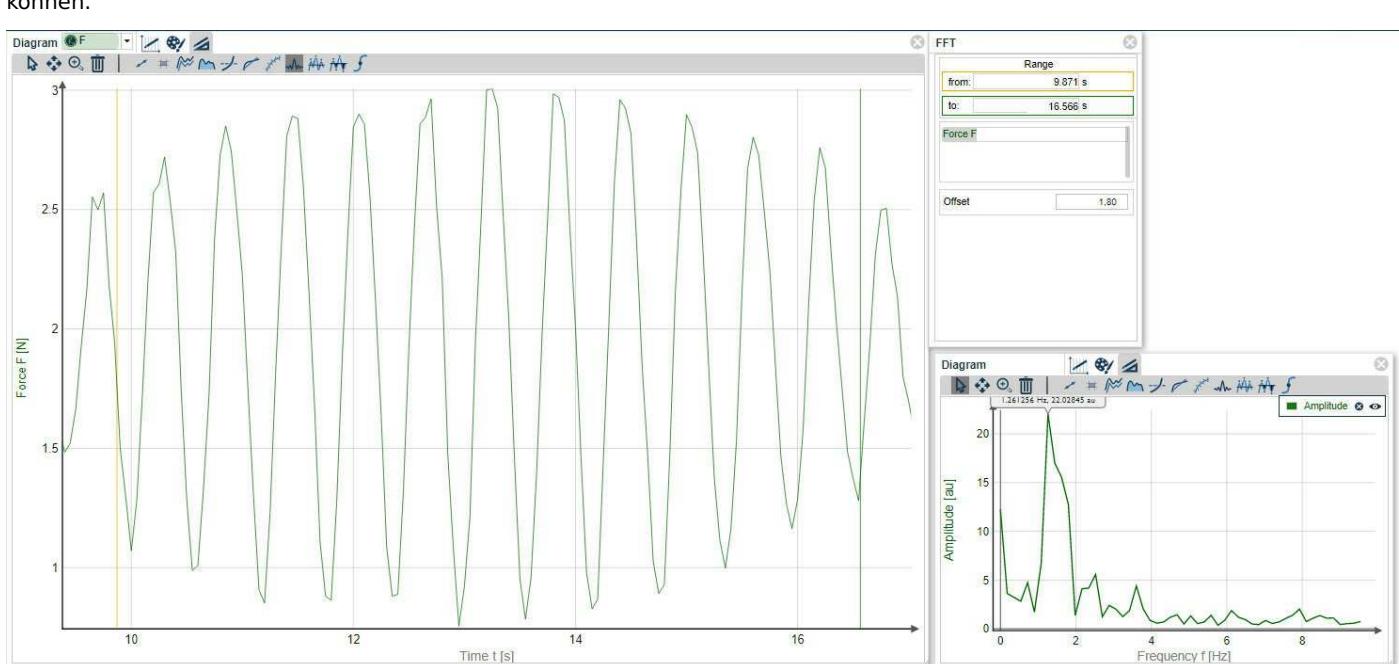


Abb. 2: Exemplarisches Beispiel mit Federkonstante $D = 20\text{ N/m}$ ($m=250\text{ g}$)

Bei einer idealen Feder gilt für kleine Auslenkungen das Hookesche Gesetz, das den Zusammenhang zwischen der Rückstellkraft F und der Auslenkung s durch die Federkonstante D beschreibt:

$$F = -D \cdot s.$$

Löst man die Bewegungsgleichung, erhält man für die Schwingungsdauer eines Federpendels mit der Masse m :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}$$

und daraus

$$D = m \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2.$$

Tabelle 1 und Tabelle 2 bestätigen diese Beziehung. Für unterschiedliche Massen hat die Federkonstante eine konstanten Wert innerhalb der Messgenauigkeit.

Die schwächere Feder ist mit den kleinen Massen beladen, um eine Überdehnung zu vermeiden. Dennoch kann man erkennen, dass der Wert der Federkonstanten D mit wachsender Masse leicht ansteigt. Der Grund ist, dass das Hookesche Gesetz nur für kleine Auslenkungen anwendbar ist, andernfalls wird die lineare Korrelation ungültig. Im Extremfall kann die Feder so überdehnt werden, dass sie nicht mehr in ihren Ursprungszustand zurückkehrt.

Entstehende Abweichungen resultieren daraus, dass die Masse und Innere Reibung der Feder nicht mathematisch berücksichtigt werden.

Tabelle 1: Feder 1

m in g	T in s	D in N/m
60	0,917	2,8
80	1,038	2,9
100	1,149	3,0
150	1,406	3,0

Tabelle 2: Feder 3

m in g	T in s	D in N/m
250	0,721	19,0
300	0,789	19,0
350	0,848	19,2
400	0,903	19,4

Wenn Federn, auch der selben Art, parallel oder in Serie verbunden werden, ändert sich die Gesamtfederkonstante auf charakteristische Weise.

Verknüpft man zwei Federn parallel, so wird jede Feder um dieselbe Strecke ausgelenkt und dementsprechend eine Rückstellkraft auf das Gewicht aus, die Einzelkräfte addieren sich (Abb. 3). Unter dieser Voraussetzung erhält man rechnerisch:

$$F = F_1 + F_2 = -(k_1 + k_2) \cdot s \Rightarrow D = D_1 + D_2$$

Bei der seriellen Verknüpfung addieren sich die Einzelauslenkungen der Federn zu einer Gesamtauslenkung, die auslenkende und somit auch die rückstellende Kraft ist für beide Federn identisch (Abb. 5). Damit gilt:

$$F = -D_1 \cdot s_1 \Leftrightarrow s_1 = -\frac{F}{D_1} \text{ und } F = -D_2 \cdot s_2 \Leftrightarrow s_2 = -\frac{F}{D_2}$$

$$s = s_1 + s_2 = -\left(\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2}\right) \cdot F \Leftrightarrow F = -\frac{1}{\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2}} \cdot s \Rightarrow \frac{1}{D} = \frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2}$$

Tabelle 3 zeigt exemplarisch Messungen, welche die oben genannten Beziehungen erfüllen.

Tabelle 3: Federkombinationen

Feder, Kombination	m in g	T in s	D_{mess} in N/m	D_{berechn} in N/m
Feder 1	60	0,917	2,8	—
Feder 2	60	0,883	3,0	—
Feder 3	350	0,903	19,2	—
Federn 1, 2 Reihe	60	1,330	1,3	1,5
Federn 1, 3 Reihe	60	1,010	2,3	2,5
Federn 1, 2 parallel	110	0,860	5,9	5,9
Federn 1, 3 parallel	310	0,743	22,2	22,0

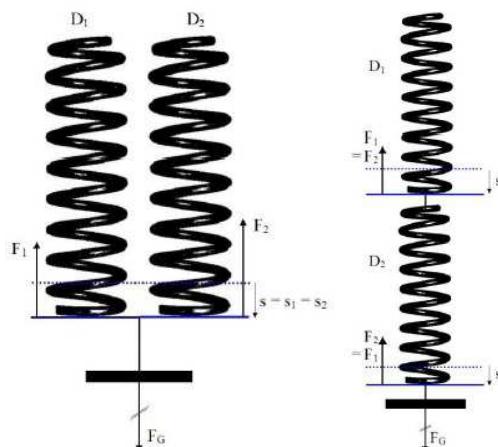


Abb. 3: Parallele Verknüpfung zweier Federn

Abb. 4: Serielle Verknüpfung zweier Federn

