Momentos de inercia y oscilaciones de torsión con CobraSMARTsense

Física | Mecánica | Movimiento circular y rotación

Nivel de dificultad	Tamaño del grupo	Tiempo de preparación	Tiempo de ejecución
difícil	1	20 minutos	40 minutos

This content can also be found online at:

http://localhost:1337/c/602c804b02a80d0003c023f7

Robert-Bosch-Breite 10
37079 Göttingen
Tel.: 0551 604 - 0
Fax: 0551 604 - 107
info@phywe.de
www.phywe.de

Información para el profesor

Aplicación

Montaje experimental

El momento de inercia $\hat{I}$ (también comúnmente $\hat{J}$ o $\hat{\Theta}$) en el caso de los movimientos de rotación es la contrapartida de la masa m en los movimientos lineales. Junto con la velocidad angular $\vec{\omega}$ determina la magnitud del momento angular $\vec{L}$ o energía de rotación E_{rot} de un cuerpo está en un movimiento de rotación.

El momento de inercia se puede calcular para un cuerpo a partir de la integral de volumen si su distribución de densidad $\rho(\vec{r})$ es conocido:

$$I = \int_V \vec{r}_\perp^{\,2} \rho(\vec{r}) \mathrm{d}V$$

$\vec{r}_\perp$ corresponde al componente de $\vec{r}$ que es perpendicular al eje de rotación $\vec{\omega}$.

Robert-Bosch-Breite 10
37079 Göttingen
Tel.: 0551 604 - 0
Fax: 0551 604 - 107
info@phywe.de
www.phywe.de

Información adicional para el profesor (1/2)

Conocimiento previo

Se deben tener conocimientos básicos de magnitudes físicas como el momento, la masa y la velocidad, así como la descripción teórica de una oscilación armónica (por ejemplo, en un péndulo matemático). Lo ideal sería que términos como el momento angular, el momento de inercia y la velocidad de rotación estuvieran ya calculados teóricamente.

Principio

En el caso de los movimientos de rotación, las diferentes partes de un cuerpo rígido se mueven a diferentes velocidades. Por lo tanto, para la descripción matemática de un movimiento de rotación, en lugar de la masa del cuerpo, se utiliza su llamado momento de inercia (el tensor de inercia) como una especie de medida de la distribución de la densidad alrededor del eje de rotación.

Información adicional para el profesor (2/2)

Objetivo

Tras la realización de este experimento se podrá calcular teóricamente el momento de inercia de diferentes cuerpos rígidos y también de determinarlo experimentalmente a partir del periodo de una vibración de torsión. También se adquirirán conocimientos sobre el teorema de Steiner.

Tareas

Se determinará lo siguiente:

1. El momento de restauración angular del muelle espiral.
2. El momento de inercia de diferentes cuerpos rígidos (dos discos, dos cilindros, una esfera)
3. El momento de inercia de dos masas puntuales, en función de la distancia perpendicular al eje de rotación con su centro de gravedad en el eje de rotación.

PHYWE
Robert-Bosch-Breite 10
37079 Göttingen
Tel.: 0551 604 - 0
Fax: 0551 604 - 107
info@phywe.de
www.phywe.de

Instrucciones de seguridad

Las instrucciones generales para la experimentación segura en las clases de ciencias se aplican a este experimento.

Principio (1/4)

La relación entre el momento angular $\vec{L}$ de un cuerpo rígido en un sistema de coordenadas estacionario con su origen en el centro de gravedad, y el momento $\vec{T}$ que actúa sobre ella, viene dada por:

$$\vec{T} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{L}$$

Mientras que el momento angular se expresa mediante la velocidad angular $\vec{\omega}$ y el tensor de inercia $\hat{I}$:

$$\vec{L} = \hat{I} \otimes \vec{\omega}$$

Para la rotación dada alrededor del $z$de este experimento, la ecuación del momento angular se reduce a la z-componente L_Z y sólo depende del z-componente del momento de inercia I_Z:

$$L_Z = I_Z \cdot \omega$$

PHYWE
Robert-Bosch-Breite 10
37079 Göttingen
Tel.: 0551 604 - 0
Fax: 0551 604 - 107
info@phywe.de
www.phywe.de

Principio (2/4)

La inserción en la primera ecuación conduce a:

$$T_Z = I_Z \cdot \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = I_Z \cdot \frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2}$$

con φ siendo el ángulo de rotación alrededor del eje z. Por otro lado, según la ley de Hooke, el momento T_Z que es necesario para desviar a un muelle espiral a un determinado ángulo se define como

$$T_Z = -D \cdot \varphi \qquad (1)$$

con D siendo la constante angular de restauración del muelle. La comparación de las dos ecuaciones anteriores conduce a la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2} + \frac{D}{I_Z} \cdot \varphi = 0$$

Principio (3/4)

Utilizando el ansatz $\varphi = \varphi_0 \cos(\omega t)$ se obtiene una relación del período de oscilación $T = 2\pi/\omega$ la constante angular de restauración D y el momento de inercia I_Z:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_Z}{D}} \quad \Leftrightarrow \quad I_Z = D \cdot \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \quad \Leftrightarrow \quad D = I_Z \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \qquad (2)$$

Para los cuerpos rígidos de forma geométrica, el momento de inercia I_Z también puede calcularse fácilmente para una distribución de densidad dada. Si $\rho(x,y,z)$ es la distribución de la densidad del cuerpo, el momento de inercia I_Z se obtiene mediante

$$I_Z = \iiint (x^2 y^2)\rho(x,y,z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

PHYWE

Robert-Bosch-Breite 10
37079 Göttingen

Tel.: 0551 604 - 0
Fax: 0551 604 - 107

info@phywe.de
www.phywe.de

Principio (4/4) Momentos de inercia

- Una lanza de radio r y la masa m:

$$I_Z = \frac{2}{5} m r^2$$

- Un disco/cilindro de radio r y la masa m:

$$I_Z = \frac{1}{2} m r^2$$

- Un cilindro hueco de radios r_1 y r_2 y la masa m:

$$I_Z = \frac{1}{2} m \left(r_1^2 + r_2^2\right)$$

- Una varilla delgada de longitud l y la masa m:

$$I_Z = \frac{1}{12} m l^2$$

- Una masa puntual m a distancia a del eje de rotación:

$$I_Z = m a^2$$

- Teorema de Steiner para un eje de rotación desplazado por a con respecto al eje de momento de inercia conocido:

$$I_Z = I_{Z'} + m a^2$$

Robert-Bosch-Breite 10
37079 Göttingen

Tel.: 0551 604 - 0
Fax: 0551 604 - 107

info@phywe.de
www.phywe.de

Material

Posición	Material	Artículo No.	Cantidad
1	measureLAB, Software para mediciones y evaluaciones	14580-61	1
2	Cobra SMARTsense - Rotary Motion (Bluetooth + USB)	12918-01	1
3	Cobra SMARTsense - Fuerza y aceleración, ± 50N / ± 16g (Bluetooth + USB)	12943-00	1
4	Dispositivo de vibración torsional	02415-88	1
5	Base trípode PHYWE	02002-55	2
6	Varilla de acero inoxidable, 18/8, 250 mm	02031-00	1
7	Hilo de pescar. Rollo. l =20 m	02089-00	1
8	PLATILLO DE PESAS 1 g	02407-00	1
9	Peso con ranura, 10 g, plateado	02205-02	3
10	Cinta métrica, l = 2 m	09936-00	1

Robert-Bosch-Breite 10
37079 Göttingen
Tel.: 0551 604 - 0
Fax: 0551 604 - 107
info@phywe.de
www.phywe.de

Material adicional

Posición	Material	Cantidad
1	Balanza portátil (por ejemplo, 48921-00)	1
2	Hilo de seda (por ejemplo, 02412-00)	1 m

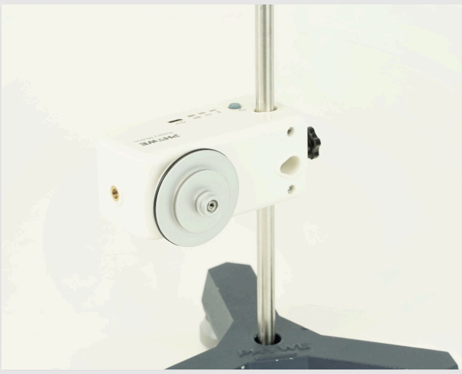
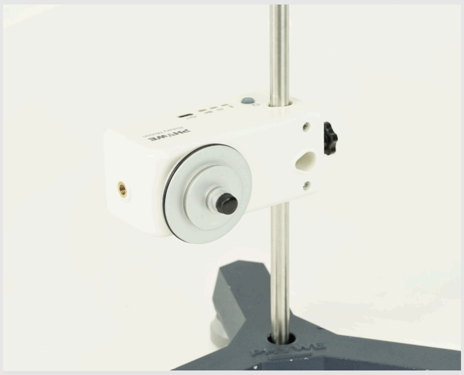
Montaje y ejecución

Robert-Bosch-Breite 10
37079 Göttingen
Tel.: 0551 604 - 0
Fax: 0551 604 - 107
info@phywe.de
www.phywe.de

Montaje (1/7)

PHYWE

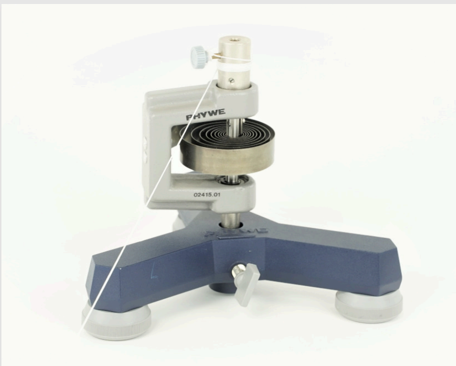
- Montar el Cobra SMARTsense Rotary Motion en la base del trípode con barra de soporte.
- Enchufar el adaptador con diferentes diámetros para la transmisión por correa en el perno del sensor de movimiento.
- Fijar el adaptador con el pequeño tornillo moleteado.

Montaje (2/7)

PHYWE

- Montar el eje de rotación en la base del trípode. Tomar un trozo de hilo de algodón/seda (aproximadamente 1 m), anúdarlo en el tornillo moleteado y enróllarlo varias veces con fuerza alrededor del eje de rotación.
- Ahora anudar el extremo abierto del hilo en el portapesas de 1g, enróllarlo alrededor de la placa adaptadora del sensor de movimiento rotativo una vez, de manera que el portapesas cuelgue libremente. Añadir unos 20g al soporte.


PHYWE

Robert-Bosch-Breite 10
37079 Göttingen

Tel.: 0551 604 - 0
Fax: 0551 604 - 107

info@phywe.de
www.phywe.de

Montaje (3/7)

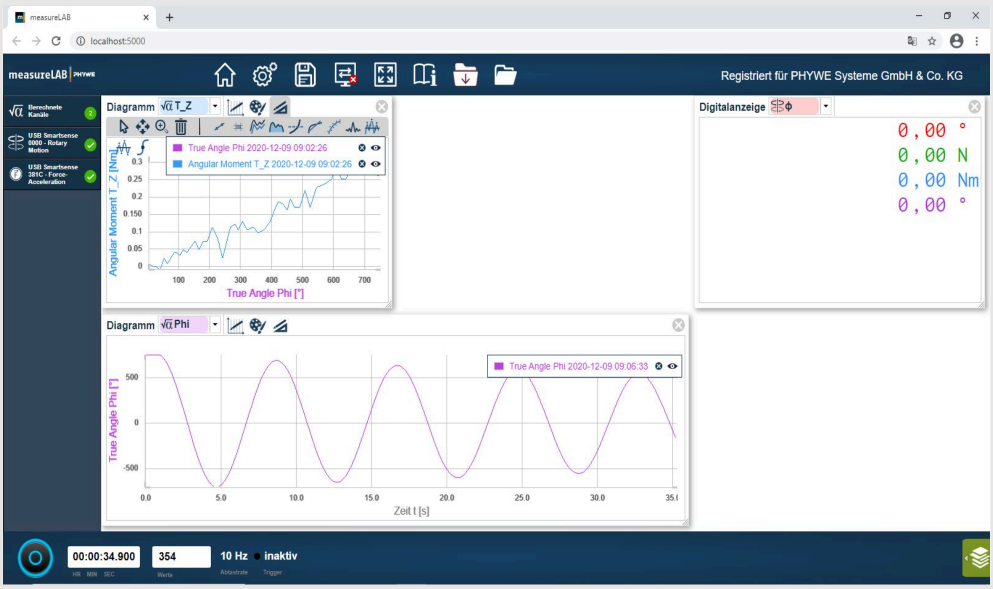
PHYWE

- Montar la barra en el eje de rotación.
- Asegurarse de que la rosca que une el eje de rotación y la rueda del sensor de movimiento rotativo esté horizontal y bien apretada por la masa en el soporte de pesas. Ajustar la altura del sensor o la masa en el soporte si es necesario.
- La distancia entre el sensor de movimiento giratorio debe ser lo suficientemente grande como para garantizar un balanceo libre de todos los cuerpos (especialmente de la barra). En la posición de equillibrio, el portapesas debe colgar libremente a medio camino entre la mesa y la rueda del sensor de movimiento.

Montaje (4/7)

PHYWE

- Encender el movimiento giratorio así como el sensor de fuerza y aceleración pulsando el botón de encendido/apagado durante aproximadamente 3 segundos o simplemente conectarlo por USB al ordenador.
- Iniciar el software measureLAB. Buscar y seleccionar el experimento 'P2133167'. El sensor debería activarse automáticamente y su pantalla debería tener aspecto:



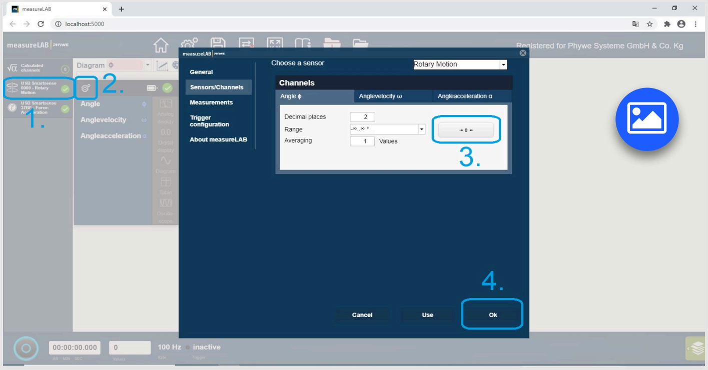
PHYWE
Robert-Bosch-Breite 10
37079 Göttingen
Tel.: 0551 604 - 0
Fax: 0551 604 - 107
info@phywe.de
www.phywe.de

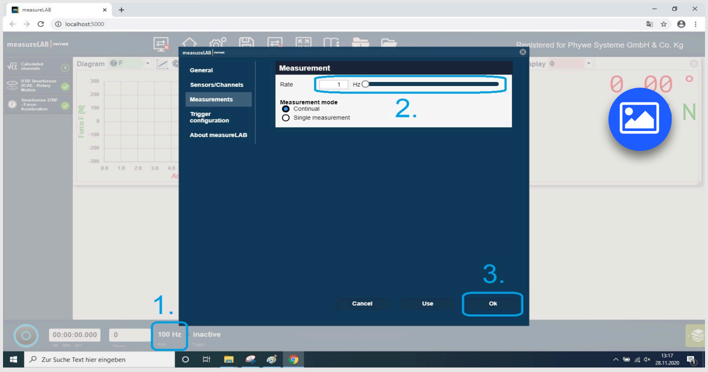
Montaje (5/7)

PHYWE

También se puede ajustar manualmente todo para la medición. Asegurarse de poner a cero los dos sensores antes de cada medición.

La frecuencia debe ajustarse a $1\ Hz$ para la medición inicial de la constante del muelle. Para las mediciones posteriores de las oscilaciones angulares, la frecuencia debe aumentarse, por ejemplo, a $10\ Hz$.

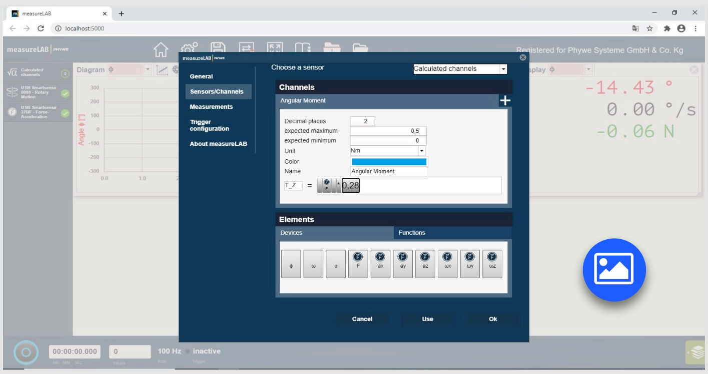


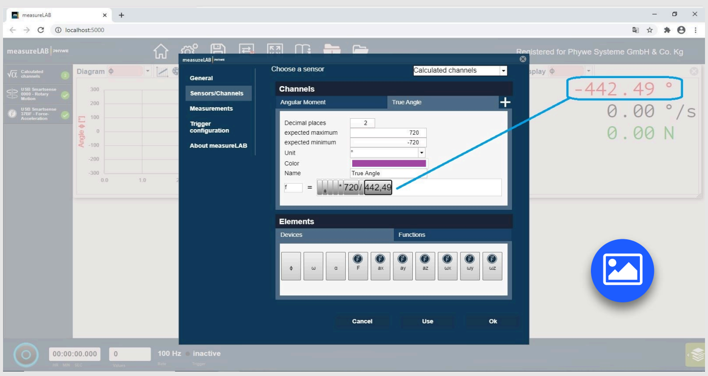


Montaje (6/7)

PHYWE

Se fijan dos canales virtuales para tener en cuenta el momento angular (en lugar de la fuerza) y la desviación angular real que corrige la relación de transmisión. Se fijan las dos masas de la barra en los extremos de la misma. La distancia (palanca) del eje de rotación al tornillo moleteado debe ser de aproximadamente $28\ cm$. Para la relación de transmisión desviar la barra por $720\ ^\circ$ y anotar el ángulo medido del sensor de movimiento rotativo.





PHYWE

Robert-Bosch-Breite 10
37079 Göttingen

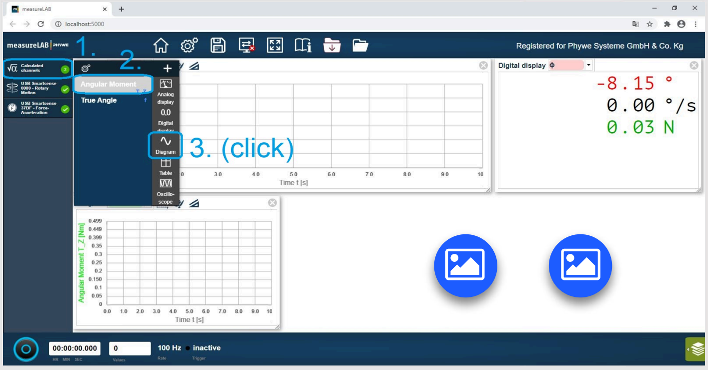
Tel.: 0551 604 - 0
Fax: 0551 604 - 107

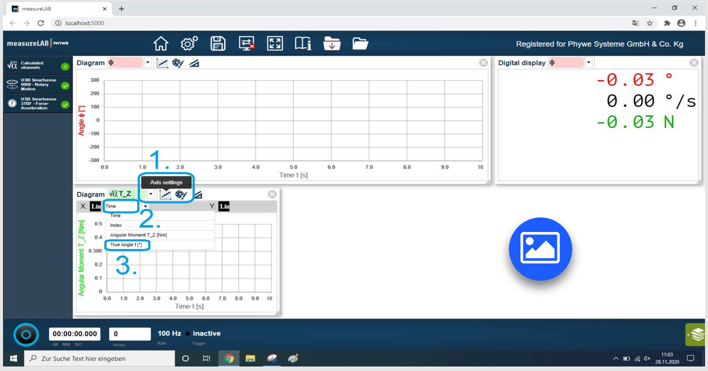
info@phywe.de
www.phywe.de

Montaje (7/7)

PHYWE

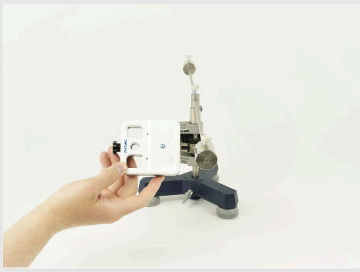
Para crear nuevos diagramas, puede seleccionar en cualquier momento la opción de diagrama de un canal de medición o un canal virtual. Para añadir más canales de medición o canales virtuales al diagrama, basta con arrastrar y soltar el nombre del canal en el diagrama. En lugar del tiempo puede seleccionar cualquier canal para el eje-x.





Ejecución (1/5)

PHYWE



- Ajustar el sensor de fuerza en posición horizontal a cero y colgar su gancho en la barra o en el tornillo moleteado de una de las masas.

Puede iniciar una medición y registrar la dependencia $T_Z(\varphi)$ determinar directamente o manualmente la fuerza actuante para diferentes ángulos de rotación:

a) Iniciar una medición en $1\ Hz$. Asegurarse de tirar siempre de forma exactamente perpendicular a la barra. Tirar de la barra con el sensor de fuerza de 0° a 720°. Detener la medición.

b) Tirar del sensor de fuerza de manera que la barra se desvíe a 90°, 180°, 270°, 360° y determinar la fuerza aplicada para cada posición. Asegurarse de que el sensor de fuerza se mantiene siempre en ángulo recto con el brazo de palanca y en posición horizontal. Anotar todos los valores medidos en la tabla 1 del protocolo.

PHYWE

Robert-Bosch-Breite 10
37079 Göttingen

Tel.: 0551 604 - 0
Fax: 0551 604 - 107

info@phywe.de
www.phywe.de

Ejecución (2/5)

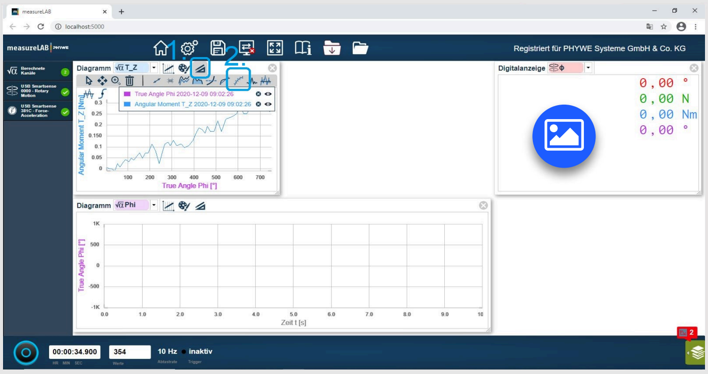
PHYWE

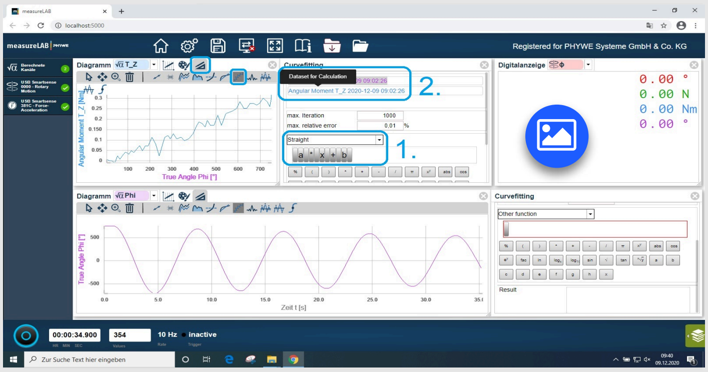
- Volver a colocar la barra en su posición de equilibrio. Colgar el gancho junto a la masa izquierda y repetir el procedimiento para los ángulos de -90°, -180°, -270°, -360°. Por último, medir la longitud de la palanca (posición del gancho - eje de rotación).
- Anotar todos los valores medidos en la tabla 1 del protocolo.

Ejecución (3/5)

PHYWE

- En el caso de la medición continua, utilizar la herramienta de regresión lineal para determinar la pendiente. Anotar el valor resultante en la tabla. En este caso no es necesario rellenar el resto de la tabla.





PHYWE

Robert-Bosch-Breite 10
37079 Göttingen

Tel.: 0551 604 - 0
Fax: 0551 604 - 107

info@phywe.de
www.phywe.de

Ejecución (4/5)

Poner la barra en su posición de equilibrio y montar las dos masas cada una $a = 5\,cm$ (centro de la masa en el tornillo moleteado) separado del eje de rotación. Desvíar la barra unos 360°. Iniciar la medición y soltar la barra. Detener la medición después de varios períodos o, por ejemplo, después de 30 segundos. Determinar el período de oscilación T y anótarlo en la tabla. Proceder de la misma manera para las distancias $a = 10\,cm, 15\,cm, 20\,cm, 25\,cm$



Ejecución (5/5)

PHYWE

- Proceder de la misma manera para los cinco cuerpos rígidos. Cada periodo debe ser medido 3 veces para tener suficientes estadísticas. Puede utilizar las herramientas de análisis para medir el periodo a mano o utilizar la opción de ajuste de curvas. Anotar los valores resultantes en la tabla 3 del protocolo.



PHYWE

Robert-Bosch-Breite 10
37079 Göttingen

Tel.: 0551 604 - 0
Fax: 0551 604 - 107

info@phywe.de
www.phywe.de

Resultados (1/4)

PHYWE

Observar las fuerzas medidas F para cada ángulo de desviación y la longitud medida del brazo de palanca l:

A continuación, calcular el momento de torsión aplicado $T_Z = F \cdot l$ y la constante angular de restauración $D = |T_Z/\varphi|$. D es por definición positiva. Determinar el valor medio de la constante de restauración angular en Nm:

$l =$

$\langle D \rangle = N$

$\varphi\,[^\circ]$	$F\,[N]$	$T_Z\,[Ncm]$	$\varphi\,[rad]$	$D\,[Ncm]$
90				
180				
270				
360				

$\varphi\,[^\circ]$	$F\,[N]$	$T_Z\,[Ncm]$	$\varphi\,[rad]$	$D\,[Ncm]$
-90				
-180				
-270				
-360				

Resultados (2/4)

PHYWE

Observar los periodos medidos T_i para cada distancia a y calcular su media. A continuación, utilizar los períodos promediados $\langle T \rangle$ y la constante de restauración angular promediada, determinada de manera informal $\langle D \rangle$ para calcular los momentos de inercia según la ecuación (2) de la teoría. Medir las masas y las dimensiones de la barra y calcular los momentos de inercia teóricos $I_{Z,th}$ / constante angular de restauración D_{th} utilizando de nuevo los periodos promediados.

$a\,[m]$	$T_1\,[s]$	$T_2\,[s]$	$T_3\,[s]$	$\langle T \rangle\,[s]$	$I_Z\,[kg\,m^2]$	$I_{Z,th}\,[kg\,m^2]$	$D_{th}\,[Nm]$
0.05							
0.10							
0.15							
0.20							
0.25							

PHYWE
Robert-Bosch-Breite 10
37079 Göttingen
Tel.: 0551 604 - 0
Fax: 0551 604 - 107
info@phywe.de
www.phywe.de

Resultados (3/4)

PHYWE

Observar los periodos medidos T_i para cada cuerpo rígido y calcular su media. A continuación, utilizar los períodos promediados $\langle T \rangle$ y la constante de restauración angular promediada previamente determinada $\langle D \rangle$ para calcular los momentos de inercia según la ecuación (2) de la teoría. Medir las masas y dimensiones de los cuerpos y calcular los momentos de inercia teóricos $I_{Z,th}$ / constante angular de restauración D_{th} utilizando de nuevo los periodos promediados.

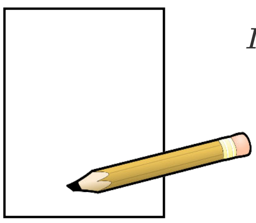
Cuerpo rígido	$T_1\ [s]$	$T_2\ [s]$	$T_3\ [s]$	$\langle T \rangle\ [s]$	$I_Z\ [kg\, m^2]$	$I_{Z,th}\ [kg\, m^2]$	$D_{th}\ [Nm]$
Esfera							
Cilindro macizo							
Cilindro hueco							
Disco grueso							
Disco plano							

Resultados (4/4)

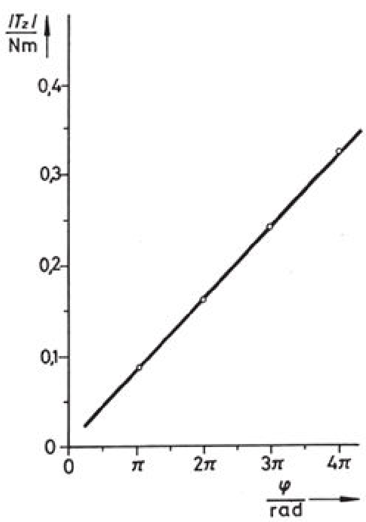
PHYWE

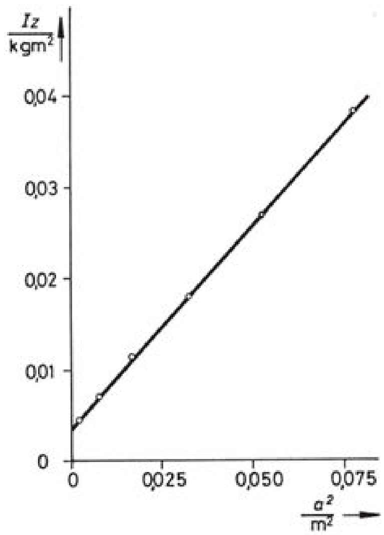
Para obtener un resultado aún más exacto, los datos medidos deben trazarse ($|T_Z|(\varphi)$ y $I_{Z,bar}(a^2)$) y una regresión lineal deben aplicarse cada una de ellas de acuerdo con las siguientes ecuaciones:

$$|T_Z| = D \cdot \varphi$$



$$I_Z = I_{Z,rod} + (2m) \cdot a^2$$





PHYWE
Robert-Bosch-Breite 10
37079 Göttingen
Tel.: 0551 604 - 0
Fax: 0551 604 - 107
info@phywe.de
www.phywe.de

Mostrar soluciones

Reintentar

Exportar texto

PHYWE

Robert-Bosch-Breite 10
37079 Göttingen

Tel.: 0551 604 - 0
Fax: 0551 604 - 107

info@phywe.de
www.phywe.de