

Моменты инерции и крутильные колебания с CobraSMARTsense



Физика

Механика

Круговое движение и вращение



Уровень сложности



Кол-во учеников



Время подготовки



Время выполнения

тяжелый

1

20 Минут

40 Минут

This content can also be found online at:

<http://localhost:1337/c/604e22df8e932e00033b42a7>



Общая информация

Описание



Экспериментальная установка

Момент инерции тела можно вычислить с помощью объемного интеграла, если известно его распределение плотности $\rho(\vec{r})$

$$I = \int_V \vec{r}_\perp^2 \rho(\vec{r}) dV,$$

где \vec{r}_\perp соответствует составляющей \vec{r} , перпендикулярной оси вращения $\vec{\omega}$.

Дополнительная информация (1/2)



Предварительные

знания



Научный принцип



Студенты должны иметь базовые знания таких физических величин, как импульс, масса и скорость, а также уметь теоретически описывать гармонические колебания (например, в математическом маятнике). В идеале они должны до начала эксперимента изучить такие понятия, как угловой момент, момент инерции и скорость вращения.

В случае вращательных движений разные части твердого тела движутся с разной скоростью. Поэтому для математического описания вращательного движения вместо массы тела используется его так называемый момент инерции (тензор инерции) как своеобразная величина распределения плотности вокруг оси вращения.

Дополнительная информация (2/2)



Цель обучения



Задачи



После успешного завершения этого эксперимента студенты смогут вычислить момент инерции различных твердых тел, а также определить его экспериментально по периоду крутильных колебаний. Они также получат знания о теореме Штейнера.

В этом эксперименте будет вычислено следующее:

1. Угловой восстановливающий момент спиральной пружины.
2. Момент инерции различных объемных тел (два диска, два цилиндра, сфера)
3. Момент инерции двух материальных точек как функцию расстояния по перпендикуляру к оси вращения с центром тяжести на оси вращения.

Инструкции по технике безопасности



К этому эксперименту применяются общие инструкции по безопасному проведению экспериментов при преподавании естественных наук.

Теория (1/4)



Связь между угловым моментом \vec{L} твердого тела в неподвижной системе координат с началом в центре тяжести и моментом \vec{T} действующем на нее, определяется выражением:

$$\vec{T} = \frac{d}{dt} \vec{L}$$

В то время как угловой момент выражается угловой скоростью $\vec{\omega}$ и тензором инерции \hat{I} :

$$\vec{L} = \hat{I} \otimes \vec{\omega}$$

В этом эксперименте рассматривается вращательное движение вокруг оси z , и поэтому уравнение для углового момента сводится к z -компоненте L_z и зависит только от z -компоненты момента инерции I_z :

$$L_z = I_z \cdot \omega$$

Теория (2/4)

Подстановка в первое уравнение приводит к:

$$T_Z = I_Z \cdot \frac{d\omega}{dt} = I_Z \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

где φ - угол поворота вокруг оси z . С другой стороны, согласно закону Гука момент T_Z , необходимый для отклонения спиральной пружины на определенный угол, определяется как:

$$T_Z = -D \cdot \varphi \quad (1)$$

где D - это угловая восстанавливающая константа пружины. Сравнение обоих приведенных выше уравнений приводит к следующему дифференциальному уравнению:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{D}{I_Z} \cdot \varphi = 0$$

Теория (3/4)

Используя анзац $\varphi = \varphi_0 \cos(\omega t)$, получаем соотношение между периодом колебания $T = 2\pi/\omega$, угловой восстанавливающей константой D и моментом инерции I_Z :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_Z}{D}} \quad \Leftrightarrow \quad I_Z = D \cdot \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \quad \Leftrightarrow \quad D = I_Z \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \quad (2)$$

Момент инерции I_Z для твердых тел геометрической формы также может быть легко вычислен по заданному распределению плотности. Если $\rho(x, y, z)$ - это распределение плотности тела, момент инерции I_Z равен:

$$I_Z = \iiint (x^2 y^2) \rho(x, y, z) dx dy dz$$

Теория (4/4) Моменты инерции

- Сфера радиуса r и массой m :

$$I_Z = \frac{2}{5}mr^2$$

- Диск/цилиндр радиуса r и массой m :

$$I_Z = \frac{1}{2}mr^2$$

- Полый цилиндр с радиусами r_1 и r_2 и массой m :

$$I_Z = \frac{1}{2}m(r_1^2 + r_2^2)$$

- Тонкий стержень длиной l и массой m :

$$I_Z = \frac{1}{12}ml^2$$

- Материальная точка массой m на расстоянии a от оси вращения:

$$I_Z = ma^2$$

- Теорема Штейнера для оси вращения, смещенной на расстояние a относительно известного момента инерции оси:

$$I_Z = I_{Z'} + ma^2$$

Оборудование

Позиция	Материал	Пункт №.	Количество
1	Программное обеспечение "measureLAB" многократная лицензия	14580-61	1
2	Cobra SMARTsense - вращательное движение (Bluetooth + USB)	12918-01	1
3	Cobra SMARTsense - Сила и ускорение, $\pm 50N / \pm 16g$ (Bluetooth + USB)	12943-00	1
4	Устройство для изучения крутильных колебаний	02415-88	1
5	Треножник	02002-55	2
6	Штативный стержень, нерж. ст., $l=250$ мм, $d = 10$ mm	02031-00	1
7	Леска, $d=0,7$ мм, $l=20$ м	02089-00	1
8	Держатель для груза, серебро/бронза, 1 г	02407-00	1
9	Гиря, 10 г,	02205-02	3
10	Рулетка, $l=2$ м	09936-00	1

Дополнительное оборудование



Позиция	Материал	Количество
1	Переносные весы (например, 48921-00)	1
2	Шелковая нить (например, 02412-00)	1 м

PHYWE



Подготовка и выполнение работы

Подготовка (1/7)



- С помощью штативного стержня установите Датчик Cobra SMARTsense - Вращательное движение на треножник.
- Вставьте переходник с разным диаметром для ременной передачи на штифт датчика движения.
- Закрепите адаптер маленьким винтом с накатанной головкой.



Подготовка (2/7)



- Установите ось вращения на основание штатива. Возьмите кусок хлопковой / шелковой нити (примерно 1 м), завяжите ее на винт с накатанной головкой и несколько раз плотно намотайте вокруг оси вращения.
- Теперь завяжите открытый конец нити на держатель груза 1 г, один раз оберните его вокруг переходной пластины датчика вращательного движения так, чтобы держатель груза свисал свободно. Добавьте к держателю грузик около 20 г .



Подготовка (3/7)

PHYWE

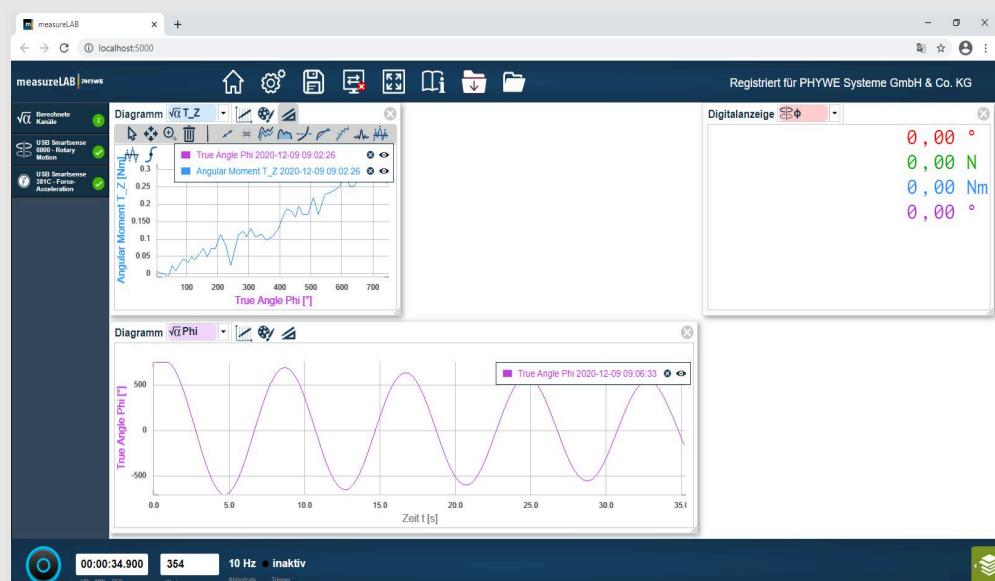


- Установите стержень на ось вращения.
- Убедитесь, что нить, соединяющая ось вращения и колесо датчика вращательного движения, расположена горизонтально и хорошо натянута грузом на держателе груза. При необходимости отрегулируйте высоту датчика или груза на держателе.
- Расстояние между датчиком вращательного движения должно быть достаточно большим, чтобы гарантировать свободное колебание всех тел (особенно стержня). В положении равновесия держатель груза должен свободно висеть посередине между столом и колесом датчика движения.

Подготовка (4/7)

PHYWE

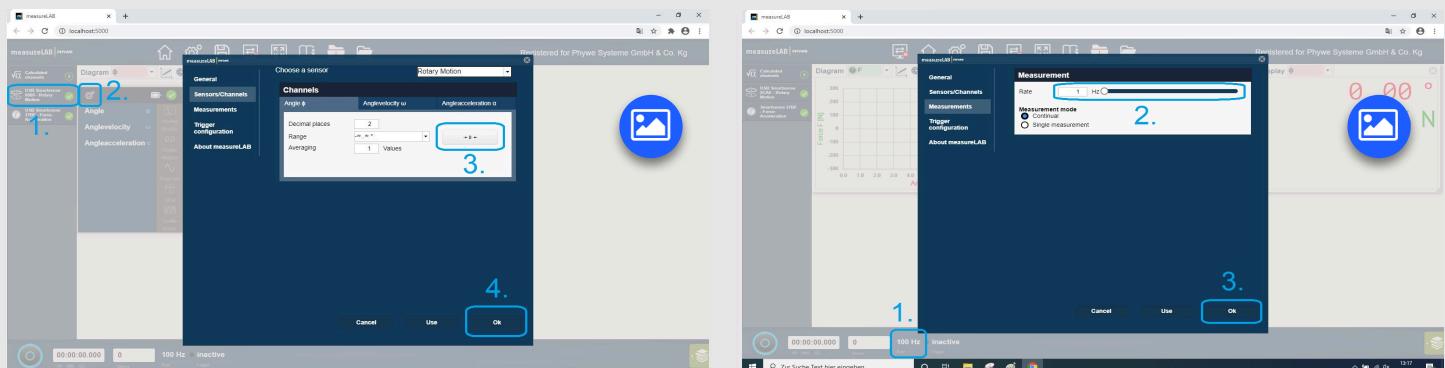
- Включите датчик вращательное движение, а также датчик силы и ускорения, нажав кнопку включения/выключения примерно на 3 секунды или просто подключите его через USB к компьютеру.
- Запустите программу measureLAB. Найдите и выберите эксперимент "P2133167". Датчик должен автоматически активироваться, а экран должен выглядеть так:



Подготовка (5/7)

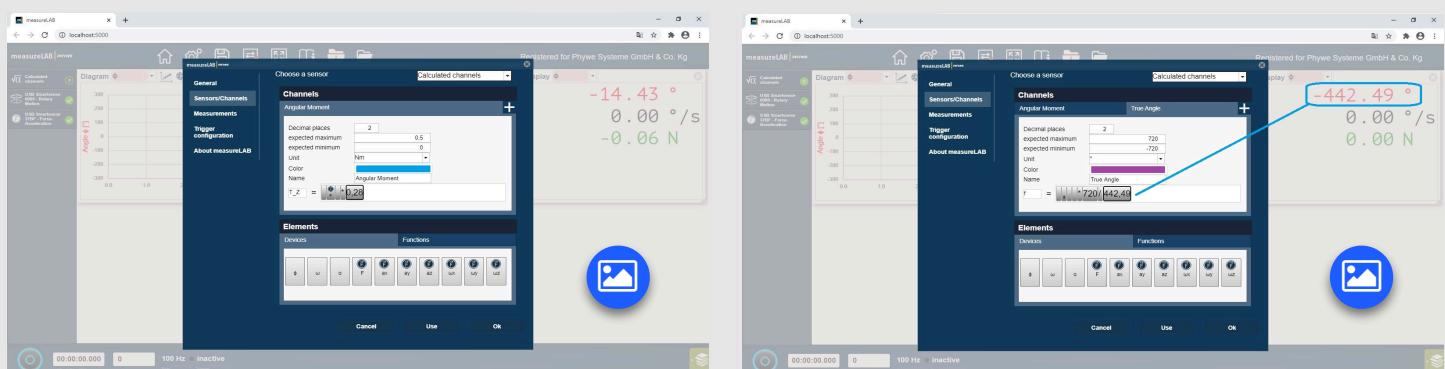
Все параметры для измерения можно настроить вручную. Перед каждым измерением обязательно установите оба датчика на ноль!

Для начального измерения жесткости пружины должна быть установлена частота на 1 Гц. Для последующих измерений угловых колебаний частоту следует увеличить, например, до 10 Гц.



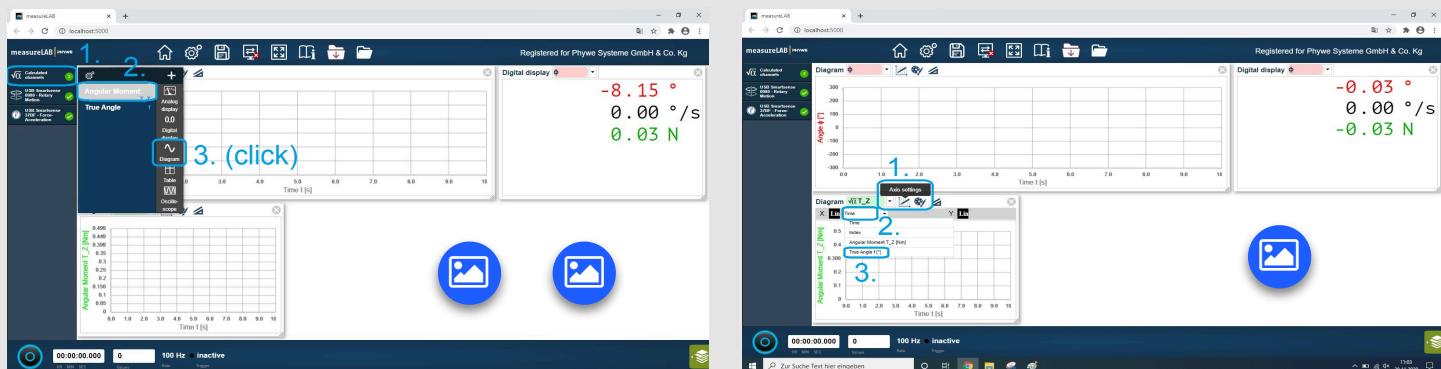
Подготовка (6/7)

Для учета углового момента (а не силы) и фактического углового отклонения, корректирующее передаточное число, задаются два виртуальных канала. Для этого на концах стержня установите два грузика. Расстояние (рычаг) от оси вращения до винта с накатанной головкой должно быть около 28 см. Для передаточного числа поверните стержень на 720° и отметьте измеренный угол датчика вращательного движения.



Подготовка (7/7)

Для создания новых диаграмм из канала измерения или виртуального канала необходимо выбрать опцию "Диаграмма". Для добавления на диаграмму дополнительных измерительных каналов или виртуальных каналов перетащите на диаграмму название канала. Вместо времени следует выбрать любой канал для оси x .



Выполнение работы (1/5)



- Установите датчик силы в горизонтальное положение на ноль и повесьте его крючок на стержень или винт с накаткой одного из грузиков.

Вы можете либо начать измерение, либо записать зависимость $T_Z(\varphi)$ и непосредственно или вручную определить действующую силу для разных углов поворота:

- Начните измерение на частоте 1 Гц. Убедитесь, что Вы всегда тянете строго перпендикулярно стержню. Поверните стержень с датчиком силы от 0° до 720° . Остановите измерение.
- Потяните датчик силы так, чтобы стержень отклонился на 90° , 180° , 270° , 360° , и определите прилагаемую силу для каждого положения. Убедитесь, что датчик силы всегда удерживается под прямым углом к плечу рычага и в горизонтальном положении. Запишите все измеренные значения в таблицу 1.

Выполнение работы (2/5)

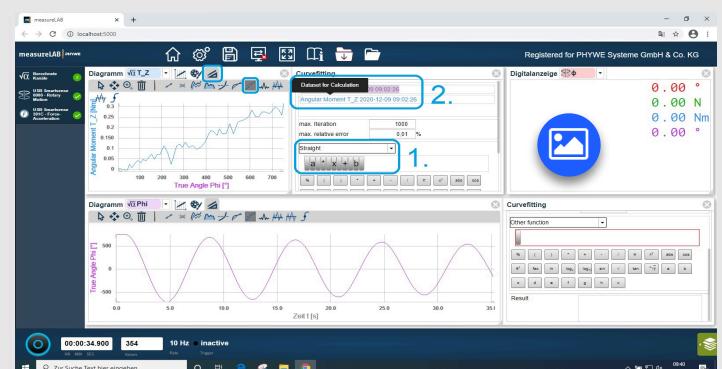
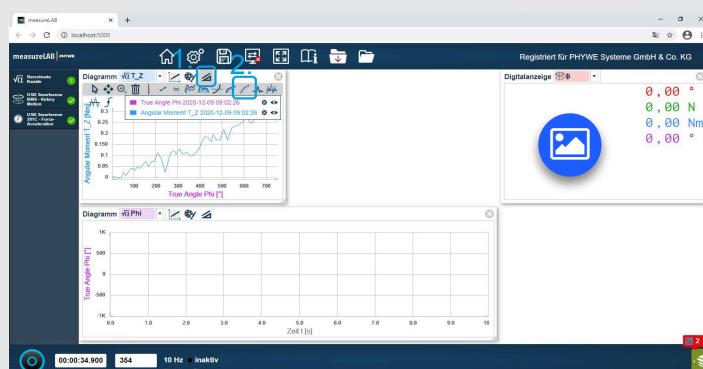
- Поверните стержень в положение равновесия. Повесьте крючок рядом с левым грузиком и повторите процедуру для углов -90° , -180° , -270° , -360° . Наконец измерьте длину рычага (положение крючка - ось вращения).
- Запишите все измеренные значения в таблицу 1.



Выполнение работы (3/5)



- В случае непрерывного измерения используйте инструмент линейной регрессии для определения наклона. Запишите полученное значение в таблицу. В этом случае нет необходимости заполнять остальную часть таблицы.



Выполнение работы (4/5)

Установите стержень в положение равновесия и закрепите на него два груза на расстоянии $a = 5$ см от оси вращения (центр масс - винт с накатанной головкой). Отклоните стержень примерно на 360° . Начните измерение и отпустите стержень. Остановите измерение через несколько периодов или, например, через 30 с. Определите период колебаний T и запишите его в таблицу. Проделайте то же самое для расстояний $a = 10$ см, 15 см, 20 см, 25 см.



Выполнение работы (5/5)

- Проделайте то же самое с пятью твердыми телами. Для точного значения времени каждого периода следует измерять 3 раза. Необходимо использовать инструменты анализа для измерения периода вручную или использовать опцию подбора кривой. Запишите полученные значения в таблицу 3.



Оценка (1/4) Таблица 1

Запишите измеренные силы F для каждого угла отклонения и измеренную длину плеча рычага l :

Вычислите приложенный крутящий момент $T_Z = F \cdot l$ и угловую восстановливающую константу $D = |T_Z/\varphi|$. D - по определению положительная. Определите среднее значение угловой восстановливающей константы в Нм:

$$l = \begin{array}{|c|c|} \hline & \text{см} \\ \hline \end{array}$$

$$\langle D \rangle = \begin{array}{|c|c|} \hline & \text{Нм} \\ \hline \end{array}$$

$\varphi [^\circ]$	$F [\text{Н}]$	$T_Z [\text{Нсм}]$	$\varphi [\text{рад}]$	$D [\text{Нсм}]$
--------------------	----------------	--------------------	------------------------	------------------

90				
180				
270				
360				

$\varphi [^\circ]$	$F [\text{Н}]$	$T_Z [\text{Нсм}]$	$\varphi [\text{рад}]$	$D [\text{Нсм}]$
--------------------	----------------	--------------------	------------------------	------------------

-90				
-180				
-270				
-360				

Оценка (2/4) Таблица 2

Запишите измеренные периоды T_i для каждого расстояния a и вычислите их среднее значение. Затем используйте усредненные периоды $\langle T \rangle$ и первоначально определенную усредненную угловую константу $\langle D \rangle$ для вычисления моментов инерции в соответствии с уравнением (2) из теории. Измерьте массу и размеры стержня и вычислите моменты инерции $I_{Z,th}$ / , угловую константу D_{th} , используя усредненные значения.

$a [\text{м}]$	$T_1 [\text{с}]$	$T_2 [\text{с}]$	$T_3 [\text{с}]$	$\langle T \rangle [\text{с}]$	$I_Z [\text{кг м}^2]$	$I_{Z,th} [\text{кг м}^2]$	$D_{th} [\text{Нм}]$
----------------	------------------	------------------	------------------	--------------------------------	-----------------------	----------------------------	----------------------

0.05							
0.10							
0.15							
0.20							
0.25							

Оценка (3/4) Таблица 3

Запишите измеренные периоды T_i для каждого твердого тела и вычислите их среднее значение. Затем используйте усредненные периоды $\langle T \rangle$ и первоначально определенную усредненную угловую константу $\langle D \rangle$ для вычисления моментов инерции в соответствии с уравнением (2). Измерьте массу и размеры тел и вычислите моменты инерции $I_{Z,th}$, угловую константу D_{th} , используя усредненные периоды.

Твердое тело	T_1 [с]	T_2 [с]	T_3 [с]	$\langle T \rangle$ [с]	I_Z [$\text{кг}\text{м}^2$]	$I_{Z,th}$ [$\text{кг}\text{м}^2$]	D_{th} [Нм]
--------------	-----------	-----------	-----------	-------------------------	---------------------------------	--------------------------------------	---------------

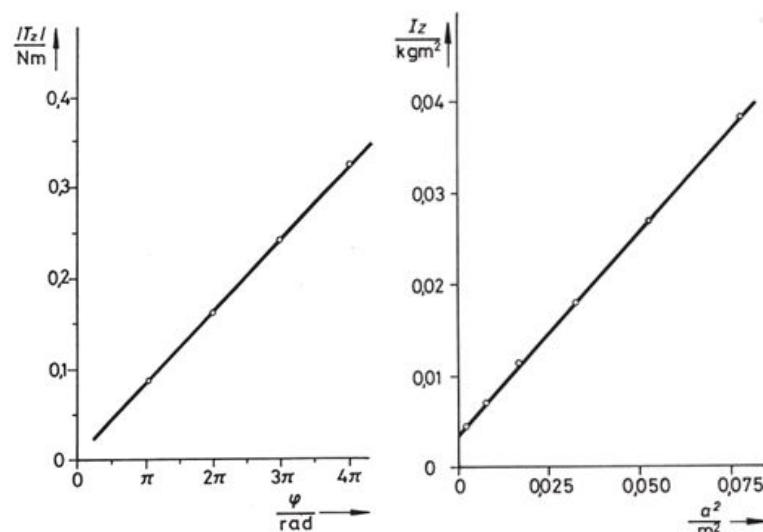
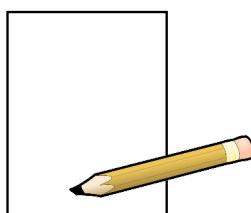
Сфера							
Сплошной цилиндр							
Полый цилиндр							
Толстый диск							
Плоский диск							

Оценка (4/4)

Чтобы получить еще более точный результат, данные измерения должны быть нанесены на графики ($|T_Z|(\varphi)$ и $I_{Z,bar}(a^2)$), а каждая линейная регрессия применена в соответствии со следующими уравнениями:

$$|T_Z| = D \cdot \varphi$$

$$I_Z = I_{Z,rod} + (2m) \cdot a^2$$





Показать решения



Вспомнить



Экспортный текст