

Моменты инерции и крутильные колебания с CobraSMARTsense



Физика

Механика

Круговое движение и вращение



Уровень сложности

тяжелый



Кол-во учеников

1



Время подготовки

20 Минут



Время выполнения

40 Минут

This content can also be found online at:

<http://localhost:1337/c/604e22df8e932e00033b42a7>

PHYWE

Общая информация



Описание

PHYWE



Экспериментальная установка

Момент инерции \hat{I} (обозначают также как \hat{J} или $\hat{\Theta}$) в случае вращательных движений является эквивалентом массы m в линейных движениях. Вместе с угловой скоростью $\vec{\omega}$ он определяет, насколько велик угловой момент \vec{L} или энергия вращения тела E_{rot} во вращательном движении.

Момент инерции тела можно вычислить с помощью объемного интеграла, если известно его распределение плотности $\rho(\vec{r})$

$$I = \int_V \vec{r}_{\perp}^2 \rho(\vec{r}) dV,$$

где \vec{r}_{\perp} соответствует составляющей \vec{r} , перпендикулярной оси вращения $\vec{\omega}$.

Дополнительная информация (1/2)

PHYWE

Предварительные

знания



Студенты должны иметь базовые знания таких физических величин, как импульс, масса и скорость, а также уметь теоретически описывать гармонические колебания (например, в математическом маятнике). В идеале они должны до начала эксперимента изучить такие понятия, как угловой момент, момент инерции и скорость вращения.

Научный принцип



В случае вращательных движений разные части твердого тела движутся с разной скоростью. Поэтому для математического описания вращательного движения вместо массы тела используется его так называемый момент инерции (тензор инерции) как своеобразная величина распределения плотности вокруг оси вращения.

Дополнительная информация (2/2)

PHYWE

Цель обучения



После успешного завершения этого эксперимента студенты смогут вычислить момент инерции различных твердых тел, а также определить его экспериментально по периоду крутильных колебаний. Они также получают знания о теореме Штейнера.

Задачи



В этом эксперименте будет вычислено следующее:

1. Угловой восстанавливающий момент спиральной пружины.
2. Момент инерции различных объемных тел (два диска, два цилиндра, сфера)
3. Момент инерции двух материальных точек как функцию расстояния по перпендикуляру к оси вращения с центром тяжести на оси вращения.

Инструкции по технике безопасности

PHYWE



К этому эксперименту применяются общие инструкции по безопасному проведению экспериментов при преподавании естественных наук.

Теория (1/4)

PHYWE

Связь между угловым моментом \vec{L} твердого тела в неподвижной системе координат с началом в центре тяжести и моментом \vec{T} действующем на нее, определяется выражением:

$$\vec{T} = \frac{d}{dt} \vec{L}$$

В то время как угловой момент выражается угловой скоростью $\vec{\omega}$ и тензором инерции \hat{I} :

$$\vec{L} = \hat{I} \otimes \vec{\omega}$$

В этом эксперименте рассматривается вращательное движение вокруг оси z , и поэтому уравнение для углового момента сводится к z -компоненте L_z и зависит только от z -компоненты момента инерции I_z :

$$L_z = I_z \cdot \omega$$

Теория (2/4)

PHYWE

Подстановка в первое уравнение приводит к:

$$T_Z = I_Z \cdot \frac{d\omega}{dt} = I_Z \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

где φ - угол поворота вокруг оси z . С другой стороны, согласно закону Гука момент T_Z , необходимый для отклонения спиральной пружины на определенный угол, определяется как:

$$T_Z = -D \cdot \varphi \quad (1)$$

где D - это угловая восстанавливающая константа пружины. Сравнение обоих приведенных выше уравнений приводит к следующему дифференциальному уравнению:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{D}{I_Z} \cdot \varphi = 0$$

Теория (3/4)

PHYWE

Используя анзац $\varphi = \varphi_0 \cos(\omega t)$, получаем соотношение между периодом колебания $T = 2\pi/\omega$, угловой восстанавливающей константой D и моментом инерции I_Z :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_Z}{D}} \Leftrightarrow I_Z = D \cdot \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \Leftrightarrow D = I_Z \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \quad (2)$$

Момент инерции I_Z для твердых тел геометрической формы также может быть легко вычислен по заданному распределению плотности. Если $\rho(x, y, z)$ - это распределение плотности тела, момент инерции I_Z равен:

$$I_Z = \iiint (x^2 + y^2) \rho(x, y, z) dx dy dz$$

Теория (4/4) Моменты инерции

PHYWE

- Сфера радиуса r и массой m :

$$I_Z = \frac{2}{5}mr^2$$

- Диск/цилиндр радиуса r и массой m :

$$I_Z = \frac{1}{2}mr^2$$

- Полый цилиндр с радиусами r_1 и r_2 и массой m :

$$I_Z = \frac{1}{2}m(r_1^2 + r_2^2)$$

- Тонкий стержень длиной l и массой m :

$$I_Z = \frac{1}{12}ml^2$$

- Материальная точка массой m на расстоянии a от оси вращения:

$$I_Z = ma^2$$

- Теорема Штейнера для оси вращения, смещенной на расстояние a относительно известного момента инерции оси:

$$I_Z = I_{Z'} + ma^2$$

Оборудование

Позиция	Материал	Пункт No.	Количество
1	Программное обеспечение "measureLAB" многократная лицензия	14580-61	1
2	Cobra SMARTsense - вращательное движение (Bluetooth + USB)	12918-01	1
3	Cobra SMARTsense - Сила и ускорение, $\pm 50\text{N}$ / $\pm 16\text{g}$ (Bluetooth + USB)	12943-00	1
4	Устройство для изучения крутильных колебаний	02415-88	1
5	Треножник	02002-55	2
6	Штативный стержень, нерж. ст., $l=250\text{ мм}$, $d = 10\text{ мм}$	02031-00	1
7	Леска, $d=0,7\text{ мм}$, $l=20\text{ м}$	02089-00	1
8	Держатель для груза, серебро/бронза, 1 г	02407-00	1
9	Гиря, 10 г,	02205-02	3
10	Рулетка, $l=2\text{ м}$	09936-00	1

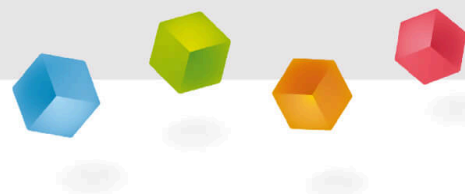
Дополнительное оборудование

PHYWE

Позиция	Материал	Количество
1	Переносные весы (например, 48921-00)	1
2	Шелковая нить (например, 02412-00)	1 м

PHYWE

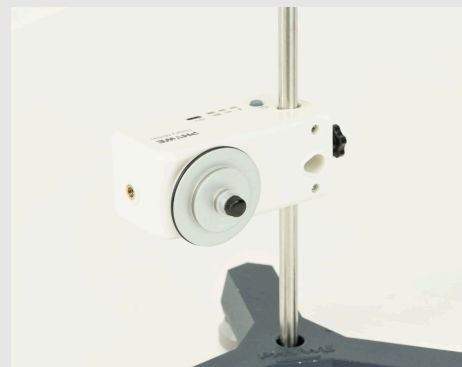
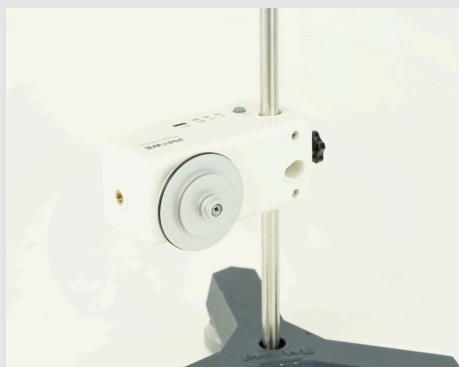
Подготовка и выполнение работы



Подготовка (1/7)

PHYWE

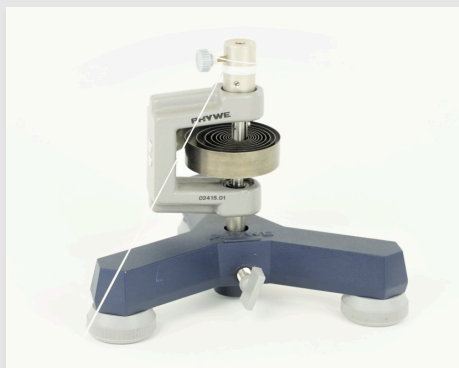
- С помощью штативного стержня установите Датчик Cobra SMARTsense - Вращательное движение на треножник.
- Вставьте переходник с разным диаметром для ременной передачи на штифт датчика движения.
- Закрепите адаптер маленьким винтом с накатанной головкой.



Подготовка (2/7)

PHYWE

- Установите ось вращения на основание штатива. Возьмите кусок хлопковой / шелковой нити (примерно 1 м), завяжите ее на винт с накатанной головкой и несколько раз плотно намотайте вокруг оси вращения.
- Теперь завяжите открытый конец нити на держатель груза 1 г, один раз оберните его вокруг переходной пластины датчика вращательного движения так, чтобы держатель груза свисал свободно. Добавьте к держателю грузик около 20 г.



Подготовка (3/7)

PHYWE

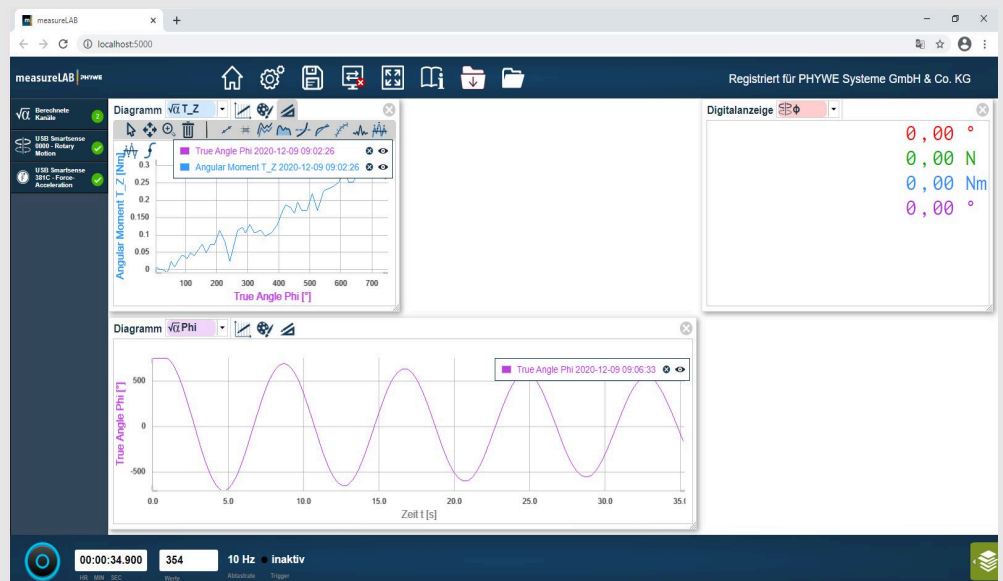


- Установите стержень на ось вращения.
- Убедитесь, что нить, соединяющая ось вращения и колесо датчика вращательного движения, расположена горизонтально и хорошо натянута грузом на держателе груза. При необходимости отрегулируйте высоту датчика или груза на держателе.
- Расстояние между датчиком вращательного движения должно быть достаточно большим, чтобы гарантировать свободное колебание всех тел (особенно стержня). В положении равновесия держатель груза должен свободно висеть посередине между столом и колесом датчика движения.

Подготовка (4/7)

PHYWE

- Включите датчик вращательное движение, а также датчик силы и ускорения, нажав кнопку включения/выключения примерно на 3 секунды или просто подключите его через USB к компьютеру.
- Запустите программу measureLAB. Найдите и выберите эксперимент "P2133167". Датчик должен активироваться, а экран должен выглядеть так:

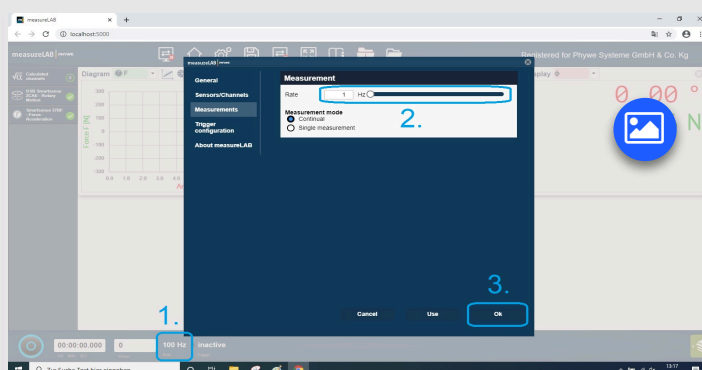
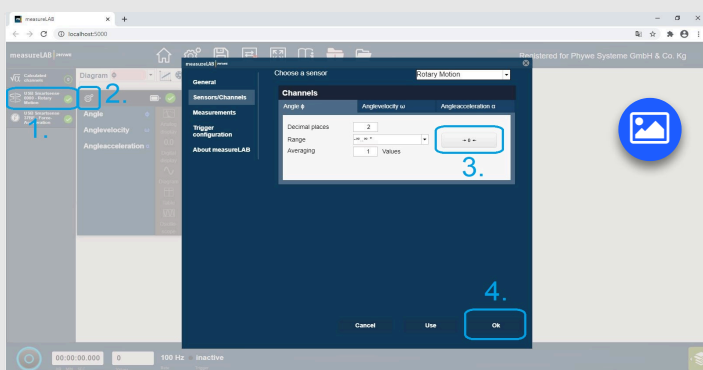


Подготовка (5/7)

PHYWE

Все параметры для измерения можно настроить вручную. Перед каждым измерением обязательно установите оба датчика на ноль!

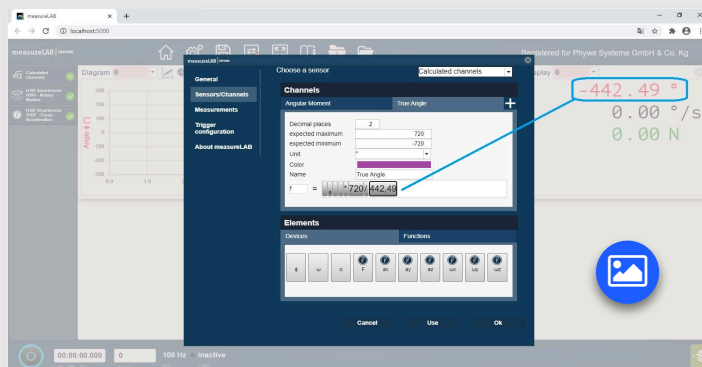
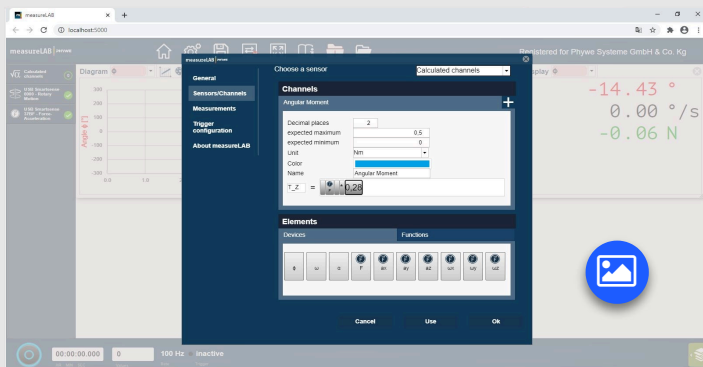
Для начального измерения жесткости пружины должна быть установлена частота на 1 Гц. Для последующих измерений угловых колебаний частоту следует увеличить, например, до 10 Гц.



Подготовка (6/7)

PHYWE

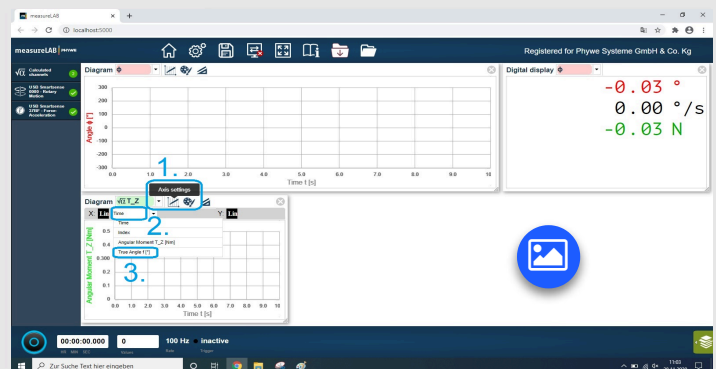
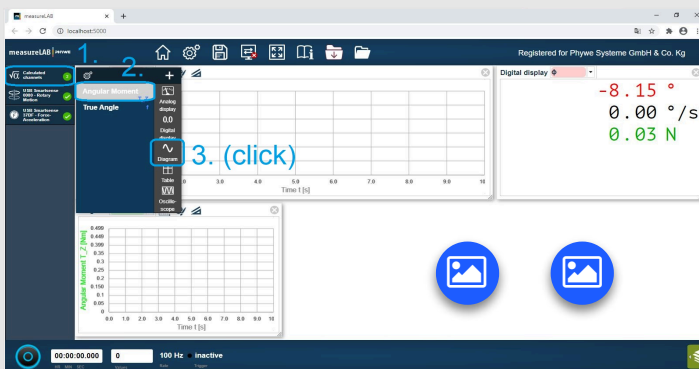
Для учета углового момента (а не силы) и фактического углового отклонения, корректирующее передаточное число, задаются два виртуальных канала. Для этого на концах стержня установите два грузика. Расстояние (рычаг) от оси вращения до винта с накатанной головкой должно быть около 28 см. Для передаточного числа поверните стержень на 720° и отметьте измеренный угол датчика вращательного движения.



Подготовка (7/7)

PHYWE

Для создания новых диаграмм из канала измерения или виртуального канала необходимо выбрать опцию "Диаграмма". Для добавления на диаграмму дополнительных измерительных каналов или виртуальных каналов перетащите на диаграмму название канала. Вместо времени следует выбрать любой канал для оси x .



Выполнение работы (1/5)

PHYWE



- Установите датчик силы в горизонтальное положение на ноль и повесьте его крючок на стержень или винт с накаткой одного из грузиков.

Вы можете либо начать измерение, либо записать зависимость $T_Z(\varphi)$ и непосредственно или вручную определить действующую силу для разных углов поворота:

а) Начните измерение на частоте 1 Гц. Убедитесь, что Вы всегда тянете строго перпендикулярно стержню. Поверните стержень с датчиком силы от 0° до 720° . Остановите измерение.

б) Потяните датчик силы так, чтобы стержень отклонился на 90° , 180° , 270° , 360° , и определите прилагаемую силу для каждого положения. Убедитесь, что датчик силы всегда удерживается под прямым углом к плечу рычага и в горизонтальном положении. Запишите все измеренные значения в таблицу 1.

Выполнение работы (2/5)

PHYWE

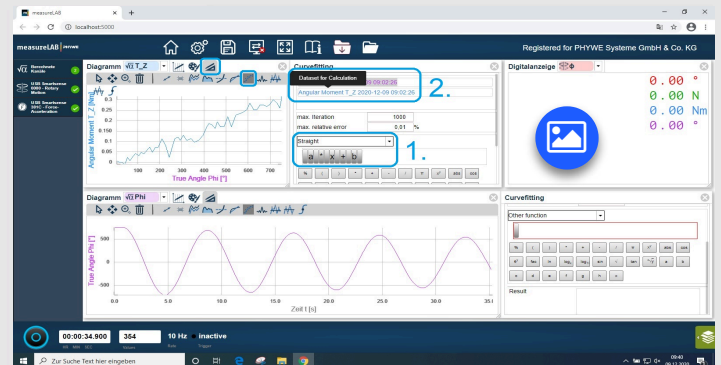
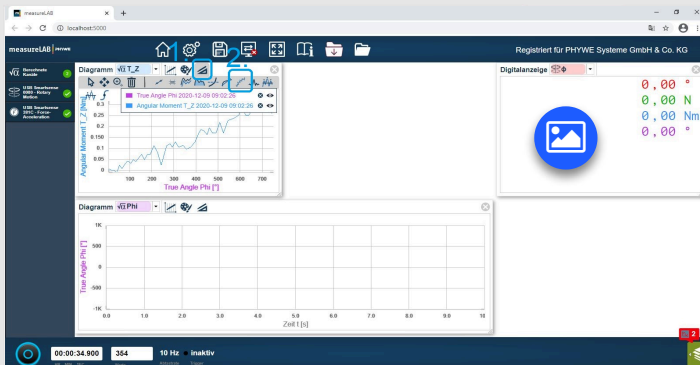
- Поверните стержень в положение равновесия. Повесьте крючок рядом с левым грузиком и повторите процедуру для углов -90° , -180° , -270° , -360° . Наконец измерьте длину рычага (положение крючка - ось вращения).
- Запишите все измеренные значения в таблицу 1.



Выполнение работы (3/5)

PHYWE

- В случае непрерывного измерения используйте инструмент линейной регрессии для определения наклона. Запишите полученное значение в таблицу. В этом случае нет необходимости заполнять остальную часть таблицы.



Выполнение работы (4/5)

Установите стержень в положение равновесия и закрепите на него два груза на расстоянии $a = 5$ см от оси вращения (центр масс - винт с накатанной головкой). Отклоните стержень примерно на 360° . Начните измерение и отпустите стержень. Остановите измерение через несколько периодов или, например, через 30 с. Определите период колебаний T и запишите его в таблицу. Прodelайте то же самое для расстояний $a = 10$ см, 15 см, 20 см, 25 см.



Выполнение работы (5/5)

PHYWE

- Прodelайте то же самое с пятью твердыми телами. Для точного значения время каждого периода следует измерять 3 раза. Необходимо использовать инструменты анализа для измерения периода вручную или использовать опцию подбора кривой. Запишите полученные значения в таблицу 3.



Оценка (1/4) Таблица 1

PHYWE

Запишите измеренные силы F для каждого угла отклонения и измеренную длину плеча рычага l :

Вычислите приложенный крутящий момент $T_Z = F \cdot l$ и угловую восстанавливающую константу $D = |T_Z/\varphi|$. D - по определению положительная. Определите среднее значение угловой восстанавливающей константы в Нм:

$$l = \boxed{} \text{ см}$$

$$\langle D \rangle = \boxed{} \text{ Нм}$$

$\varphi [^\circ]$	$F [\text{Н}]$	$T_Z [\text{Нсм}]$	$\varphi [\text{рад}]$	$D [\text{Нсм}]$	$\varphi [^\circ]$	$F [\text{Н}]$	$T_Z [\text{Нсм}]$	$\varphi [\text{рад}]$	$D [\text{Нсм}]$
90					-90				
180					-180				
270					-270				
360					-360				

Оценка (2/4) Таблица 2

PHYWE

Запишите измеренные периоды T_i для каждого расстояния a и вычислите их среднее значение. Затем используйте усредненные периоды $\langle T \rangle$ и первоначально определенную усредненную угловую константу $\langle D \rangle$ для вычисления моментов инерции в соответствии с уравнением (2) из теории. Измерьте массу и размеры стержня и вычислите моменты инерции $I_{Z,th}$, угловую константу D_{th} , используя усредненные значения.

$a [\text{м}]$	$T_1 [\text{с}]$	$T_2 [\text{с}]$	$T_3 [\text{с}]$	$\langle T \rangle [\text{с}]$	$I_Z [\text{кг м}^2]$	$I_{Z,th} [\text{кг м}^2]$	$D_{th} [\text{Нм}]$
0.05							
0.10							
0.15							
0.20							
0.25							

Оценка (3/4) Таблица 3

PHYWE

Запишите измеренные периоды T_i для каждого твердого тела и вычислите их среднее значение. Затем используйте усредненные периоды $\langle T \rangle$ и первоначально определенную усредненную угловую константу $\langle D \rangle$ для вычисления моментов инерции в соответствии с уравнением (2). Измерьте массу и размеры тел и вычислите моменты инерции. $I_{Z,th}$, угловую константу D_{th} , используя усредненные периоды.

Твердое тело	T_1 [с]	T_2 [с]	T_3 [с]	$\langle T \rangle$ [с]	I_Z [кг м ²]	$I_{Z,th}$ [кг м ²]	D_{th} [Нм]
Сфера							
Сплошной цилиндр							
Полый цилиндр							
Толстый диск							
Плоский диск							

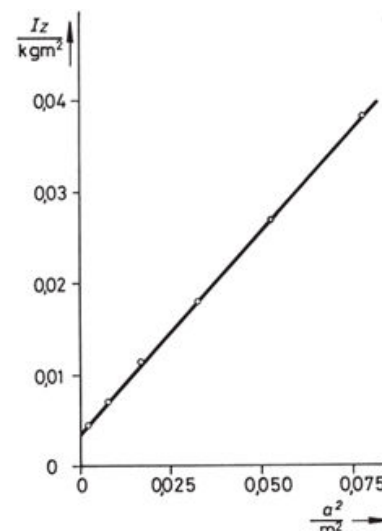
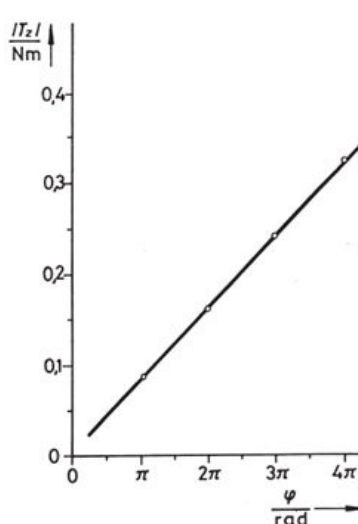
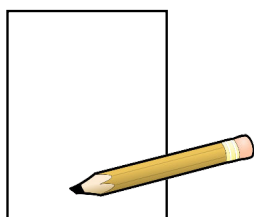
Оценка (4/4)


PHYWE

Чтобы получить еще более точный результат, данные измерения должны быть нанесены на графики ($|T_Z|(\varphi)$ и $I_{Z,bar}(a^2)$), а каждая линейная регрессия применена в соответствии со следующими уравнениями:

$$|T_Z| = D \cdot \varphi$$

$$I_Z = I_{Z,rod} + (2M) \cdot a^2$$



 Показать решения Вспомнить Экспортный текст