

Zustandsgleichung idealer Gase mit Cobra SMARTsense (Gesetz von Boyle-Mariotte, Gay-Lussac, Amontons)



In diesem Experiment wird die Gültigkeit der allgemeinen Gasgesetze von Boyle-Mariotte, Gay-Lussac und Amontons untersucht und bestätigt. Dabei wird die Veränderung jeweils gleicher Luftvolumina in Abhängigkeit der äußeren Einflüsse Druck und Temperatur sowie deren Veränderung bei gleichbleibendem Luftvolumen untersucht.

Physik

Wärmelehre / Thermodynamik

Kinetische Gastheorie & Gasgesetze

Chemie

Allgemeine Chemie

Stöchiometrie

Chemie

Physikalische Chemie

Gasgesetze



Schwierigkeitsgrad

mittel



Gruppengröße

-



Vorbereitungszeit

20 Minuten



Durchführungszeit

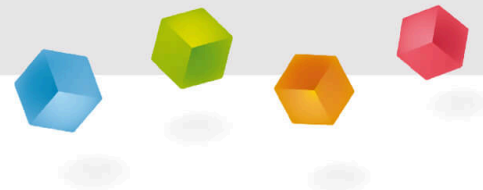
45+ Minuten

Diese Inhalte finden Sie auch online unter:



<https://www.curriculab.de/c/66e967fb9ca6ad0002b102bd>

PHYWE



Allgemeine Informationen

Anwendung

PHYWE



Versuchsaufbau

Dieser Versuchsaufbau kombiniert die Untersuchung der Grundlagen der von Robert Boyle, Jacques Charles, Amadeo Avogadro, Guillaume Amontons und Joseph-Louis Gay-Lussac postulierten Gasgesetze. Diese drei beschriebenen Gasgesetze definieren die modernen Gesetze der Thermodynamik.

Die Grundlage dieser Gasgesetze ist das ideale Gasgesetz, welches den Druck p , das Volumen V , die Temperatur T und die Stoffmenge n mit der universellen Gaskonstante R in Beziehung zueinander setzt.

Sonstige Informationen (1/2)

PHYWE

Vorwissen



Die Studenten müssen mit Einheiten wie Druck, Temperatur, Masse und Volumen vertraut sein und Berechnungen damit durchführen können. Das Ideale Gas sollte den Studenten bekannt sein. Darüber hinaus müssen sie mit der allgemeinen guten Laborpraxis und den allgemeinen Sicherheitsvorschriften für Labore vertraut sein.

Prinzip



Der Zustand eines Gases wird durch Temperatur, Druck und Stoffmenge bestimmt. Für den Grenzfall der idealen Gase sind diese Zustandsgrößen über das ideale Gasgesetz miteinander verknüpft. Für eine Zustandsänderung unter isobaren Bedingungen geht diese Gleichung in das erste Gesetz von Gay-Lussac über, während sie unter isochoren Bedingungen in das Gesetz von Amontons und bei isothermer Prozessführung in das Gesetz von Boyle und Mariotte übergeht.

Sonstige Informationen (2/2)

PHYWE

Lernziel



In diesem Experiment machen sich die Studierenden mit den verschiedenen Verhaltensweisen von Gasen vertraut und vertiefen ihr Wissen über physikalische Gleichungen. Indem sie die verschiedenen Versuche mit dem gleichen Luftvolumen unter Veränderung der äußeren Einflüsse durchführen, lernen sie die Zusammenhänge von Druck, Temperatur und Volumen kennen.

Aufgaben



1. Untersuche die Gültigkeit der drei Gasgesetze für eine konstante Gasmenge (Luft).
2. Berechne die universelle Gaskonstante, den thermischen Ausdehnungskoeffizienten und den thermischen Spannungskoeffizienten anhand der erhaltenen Beziehungen.

Theorie (1/4) - Ideales Gasgesetz

PHYWE



Gase gibt es auf jedem Planeten im
Universum

Das ideale Gasgesetz wird in diesem Versuch mit Hilfe von drei Experimenten veranschaulicht. Es soll gezeigt werden, dass dieses Gesetz trotz zahlreicher Einschränkungen eine gute Näherung für das Verhalten vieler Gase unter vielen Bedingungen ist.

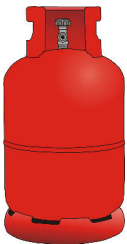
Das ideale Gasgesetz setzt die Variablen Druck p , die Temperatur T , das Volumen V und die Stoffmenge n miteinander in Beziehung. Es ist definiert als

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

mit der Avogadro- oder idealen Gaskonstante R .

Theorie (2/4) - Gesetz von Boyle-Mariotte

PHYWE



Bei Druck-
erhöhung
verringert sich
das Gas-
volumen, so
lange die
Temperatur
konstant bleibt.

Das Gesetz von Boyle-Mariotte lautet: $p \cdot V = \text{konstant}$ bzw. $p \sim 1/V$ und besagt, dass der Druck eines idealen Gases bei konstanter Temperatur umgekehrt proportional zum Volumen ist. Das bedeutet, wenn der Druck von p_1 auf p_2 steigt, verringert sich das Volumen von V_1 auf V_2 und umgekehrt:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}$$

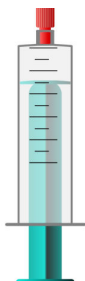
Dies folgt aus der Formel für das ideale Gasgesetz, da bei dem Versuch die Temperatur T und die Stoffmenge n konstant bleiben:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad \text{bzw.} \quad p = \frac{n \cdot R \cdot T}{V}$$

Demnach kann ist das Volumen eines Gases in einer Gasflasche unter hohem Druck geringer als unter Normaldruck.

Theorie (3/4) - Gesetz von Gay-Lussac

PHYWE



Bei Temperaturerhöhung erhöht sich das Gasvolumen in der Spritze, so lange der Druck konstant bleibt.

Das Gesetz von Gay-Lussac lautet: $V/T = \text{konstant}$ bzw. $V \sim T$ und besagt, dass das Volumen eines idealen Gases bei konstantem Druck proportional zur Temperatur ist. Das bedeutet, wenn die Temperatur von T_1 auf T_2 steigt, erhöht sich das Volumen von V_1 auf V_2 und umgekehrt:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Dies folgt aus der Formel für das ideale Gasgesetz, da bei dem Versuch der Druck p und die Stoffmenge n konstant bleiben:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad \text{bzw.} \quad V = \frac{n \cdot R \cdot T}{p}$$

Dieses Gesetz findet Anwendung in Druckbehältern, Klimaanlage, Luftballons und bei der Analyse von chemischen Reaktionen und meteorologischen Bedingungen.

Theorie (4/4) - Gesetz von Amontons

PHYWE



Bei Temperaturerhöhung erhöht sich der Druck im Kochtopf, so lange das Volumen konstant bleibt.

Das Gesetz von Amontons (manchmal auch "2. Gesetz von Gay-Lussac") lautet: $p/T = \text{konstant}$ bzw. $p \sim T$ und besagt, dass der Druck eines idealen Gases bei konstantem Volumen proportional zur Temperatur ist. Das bedeutet, wenn die Temperatur von T_1 auf T_2 steigt, erhöht sich der Druck von p_1 auf p_2 und umgekehrt:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Dies folgt aus der Formel für das ideale Gasgesetz, da bei dem Versuch das Volumen und die Stoffmenge n konstant bleiben:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad \text{bzw.} \quad p = \frac{n \cdot R \cdot T}{V}$$

Im Unterschied zum Gesetz von Gay-Lussac besagt das Gesetz von Amontons, dass bei konstantem Volumen der *Druck* eines Gases steigt, wenn die *Temperatur* erhöht wird.

Sicherheitshinweise

PHYWE



- Für dieses Experiment gelten die allgemeinen Anweisungen für sicheres Experimentieren im naturwissenschaftlichen Unterricht.
- Beim Umgang mit Gasen unter Druck sollten Sie eine Schutzbrille und geeignete Kleidung tragen.
- Achtung! In diesem Experiment wird Wasser in einem Glasmantel, der zur Umgebung offen ist, fast zum Kochen erhitzt! Schutzbrille tragen!

Material

Position	Material	Art.-Nr.	Menge
1	Set Gasgesetze mit Glasmantel und Cobra SMARTsense	43022-00	1
2	Leistungssteller, 230 Volt, max. 2990 Watt	32288-93	1
3	measureAPP - die kostenlose Mess-Software für alle Endgeräte	14581-61	1

PHYWE



Allgemeiner Versuchsaufbau

Allgemeiner Versuchsaufbau (1/9)

PHYWE

Zur Messung mit den **Cobra SMARTsense Sensoren** wird die **PHYWE measureAPP** benötigt. Die App kann kostenfrei im jeweiligen App Store (QR-Codes siehe unten) heruntergeladen werden. Bitte überprüfe vor dem Starten der App, ob auf deinem Gerät (Smartphone, Tablet, Desktop-PC) **Bluetooth aktiviert** ist.



iOS



Android



Windows

Allgemeiner Versuchsaufbau (2/9)

PHYWE

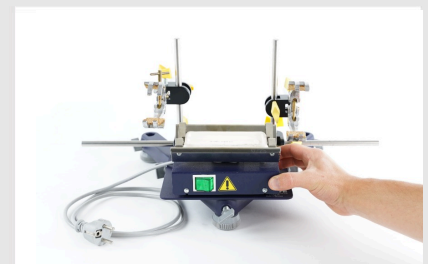
- Befestigen Sie die beiden kurzen Stativstangen in den mittleren Löchern des PHYWE Stativ-Fußes.
- Bringen Sie anschließend die Grundplatte an.
- Befestigen Sie an der Rückseite die längere Stativstange waagrecht mit zwei Doppelmuffen.



Allgemeiner Versuchsaufbau (3/9)

PHYWE

- Befestigen Sie zwei weitere Doppelmuffen jeweils am oberen Teil der beiden kurzen Stativstangen.
- Befestigen Sie die beiden Universalklemmen an den beiden Doppelmuffen, um im nächsten Schritt den Glasmantel mit der Gasspritze direkt über dem Heizgerät zu fixieren.
- Stellen Sie das Heizgerät für das Glasmantelsystem auf die Grundplatte.



Allgemeiner Versuchsaufbau (4/9)

PHYWE

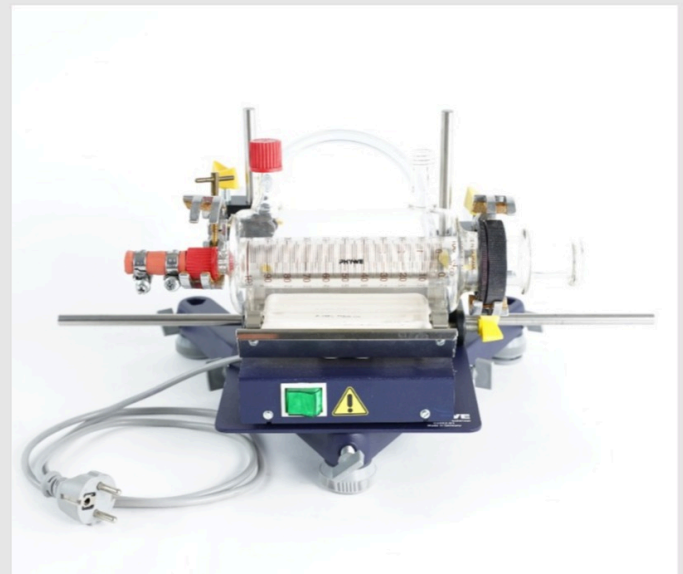
- Bauen Sie den Glasmantel wie in den beiden Abbildungen gezeigt zusammen:
 - Bringen Sie dazu eine verschlossene Schraubkappe und ein Stück Silikonschlauch (ca. 15 cm oder mehr) am linken Ventil und der Olive an.
 - Verwenden Sie eine der beiden Schlauchklemmen, um ein kurzes Stück Schlauch an der Spitze der Gasspritze zu befestigen. Die Länge des Schlauchstückes muss genügen, um den *Cobra SMARTsense Absolute Pressure Sensor* mit einer Olive daran anzuschließen (s. nächste Folie).



Allgemeiner Versuchsaufbau (5/9)

PHYWE

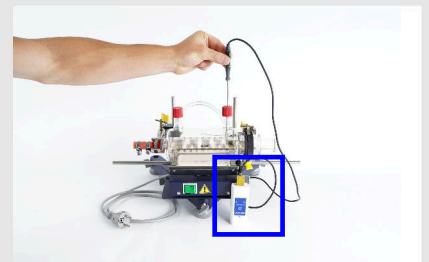
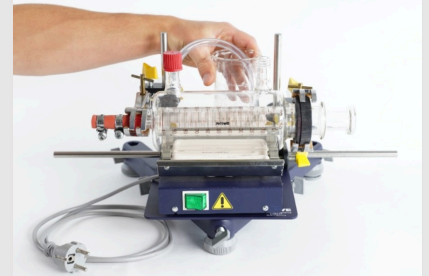
- Setzen Sie den Glasmantel in die beiden Universalklemmen ein und achten Sie darauf, dass er locker auf den Klemmen sowie dem Heizgerät aufliegt.
- Befestigen Sie den Glasmantel anschließend spannungsfrei mit den beiden Klemmen.
- Setzen Sie in die rechte Verschraubung einen Trichter ein.
- Füllen Sie die Apparatur mit destilliertem Wasser, entnehmen Sie den Trichter, setzen Sie einen Rührstab durch die Öffnung in die Apparatur ein und schrauben Sie die rechte Verschlusskappe dicht auf.



Allgemeiner Versuchsaufbau (6/9)

PHYWE

- Stellen Sie ein Becherglas hinter den Glasmantel und legen Sie das offene Ende des Schlauches hinein. Während des Versuches kann so aufgewärmtes Wasser sicher aus der Apparatu abfließen.
- Befestigen Sie den Tauchfühler in der rechten Verschlusskappe mit Dichtung und schließen Sie diese dicht.
- Verbinden Sie den Tauchfühler mit dem *Cobra SMARTsense Thermocouple* (s. blaue Box).

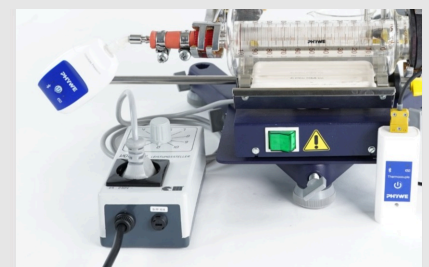


Allgemeiner Versuchsaufbau (7/9)

PHYWE

- Befestigen Sie den Drucksensor *Cobra SMARTsense Absolute Pressure* mit einer zweiten Schlauchschelle am Rohr der Gasspritze.
- Schließen Sie zum Schluss das Netzgerät an das Heizgerät an.

Der allgemeine Versuchsaufbau ist nun fertig. Es folgt die Einstellung der *measureAPP* für die Versuche. Details zu den einzelnen Versuchen werden im Anschluss beschrieben.



Allgemeiner Versuchsaufbau (8/9)

PHYWE

- Verbinden Sie beide *Cobra SMARTsense* Sensoren per Bluetooth oder USB mit *measureLAB*: Halten Sie dazu die *Ein/Aus-Taste* am Sensor für circa 3 s gedrückt. Die *Bluetooth*-LED blinkt daraufhin dreimal.
- Wählen Sie den Sensor in *measureAPP* aus und drücken Sie auf ☐ zum Verbinden.



Sensoren

Sensoren



Apple iPad13,16 -
Accelerometer
(internal)




6993 - Thermocouple



Allgemeiner Versuchsaufbau (9/9)

PHYWE

- Stellen Sie sicher, dass alle Gummi-Schläuche mit Schlauchschellen gesichert und alle Schraubkappen dicht geschlossen sind.
- Stellen Sie das Anfangsvolumen der Gasspritze auf genau 50 ml ein.
- Bevor Sie beginnen, müssen einige Anpassungen in *measureAPP* vorgenommen werden:
 - Tippen Sie unter *Messkanal* für den *Pressure Sensor* (Variable *p*) auf das Zahnrad  und stellen Sie die *Einheit* auf Kilopascal (kPa) und tippen Sie auf *Speichern*.
 - Verfahren Sie genau so für den *Temperature Sensor* und stellen Sie die *Einheit* auf Kelvin (K), alle anderen Einstellungen können Sie nach Belieben wählen, wobei *Messpunkte darstellen* sinnvoll ist.

Kurveneinstellungen

Schließen Speichern

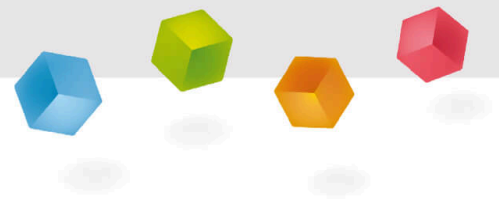
Einheit	kPa ▾
Dezimalstellen	.000 ▾
Farbe	● >
Messpunkte darstellen	<input checked="" type="checkbox"/>
Messlinie darstellen	<input type="checkbox"/>
Linienbreite	<input type="range"/>

Kurveneinstellungen

Schließen Speichern

Einheit	K ▾
Dezimalstellen	.000 ▾
Farbe	● >
Messpunkte darstellen	<input checked="" type="checkbox"/>
Messlinie darstellen	<input type="checkbox"/>
Linienbreite	<input type="range"/>

PHYWE



Versuch 1: Gesetz von Boyle-Mariotte

Aufbau - Gesetz von Boyle-Mariotte (1/2)

PHYWE

In diesem Versuch wird die Druck-Volumen-Korrelation bei konstanter Temperatur untersucht.

- Stellen Sie sicher, dass alle Gummi-Schläuche mit Schlauchschellen gesichert und alle Schraubkappen dicht geschlossen sind.
- Stellen Sie das Anfangsvolumen der Gasspritze auf genau 50 ml ein.
- Tippen Sie in *measureAPP* unter *Konfiguration* auf *Messwertaufnahme* und stellen Sie diese auf *Punktuell* um. Tippen Sie dann auf *Speichern*.
- Tippen Sie auf *Messpunktnummer umbenennen* und stellen Sie 1 ml ein.
- Der Temperatursensor kann für diese Messung nach dem Ablesen der Anfangstemperatur deaktiviert werden (siehe folgende Folien).

Konfiguration

Abtastfrequenz

5 Hz

Gleitender Mittelwert

Auf Null setzen



Wiederholungs-Messung



Messwertaufn...

Punktuell



Messpunktnummer umbene...

1 ml

Zusätzliche Y-Achse

Aufbau - Gesetz von Boyle-Mariotte (2/2)

PHYWE

- Tippen Sie in *measureAPP* unter *Messkanal* auf  neben *Berechnete Kanäle* und erstellen Sie einen neuen berechneten Kanal für $1/p$ wie in der ersten Abbildung gezeigt. Tippen Sie dann auf *Speichern*.
- Entfernen Sie den *Druck* als Messgröße durch Tippen auf den Haken .

Berechneter Kanal

Abbrechen Speichern

1/p 1/kPa 
 z.B. Widerstand z.B. Ohm

Min*: 0 Max*: 1 Dezimalstellen: .00




*Erwartete Minimal- und Maximalwerte zur Skalierung von Analoganzeige


1/p = 1/p
 z.B. R z.B. R = U / I





Kanal einfügen Operator einfügen

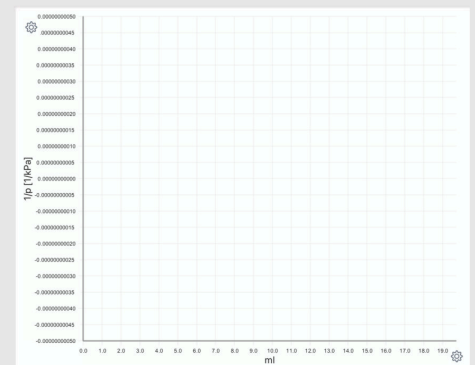
Messkanal

Pressure

 p [kPa]  

Berechnete Kanäle 




 1/p [1/kPa]   



Durchführung - Gesetz von Boyle-Mariotte (1/3)




PHYWE

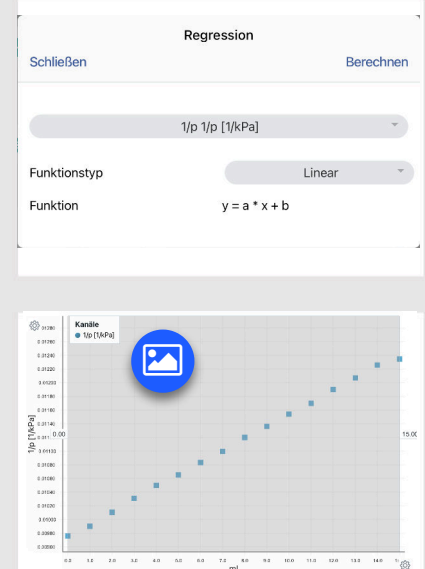
Sorgen Sie während des Experiments für eine konstante Temperatur, indem Sie den Magnetrührstab (im Glasmantel) mit Hilfe eines Stabmagneten bewegen.

- Tippen Sie auf oberhalb des Diagramms und lesen Sie die Temperatur T ab. Danach kann der Temperatur-Sensor für diese Messung deaktiviert werden. Damit ist die y-Achse auf $1/p$ und die x-Achse auf V gesetzt.
- Starten Sie die Messung mit .
- Die Anzeige verändert sich zu . Notieren sie mit dem rechten Buton den Startwert.
- Erhöhen Sie anschließend manuell das Luftvolumen in der Spritze in 1 ml-Schritten auf ein Volumen von 65 ml.
- Notieren Sie das Volumen für jeden weiteren Schritt durch Tippen auf .

Durchführung - Gesetz von Boyle-Mariotte (2/3)



PHYWE

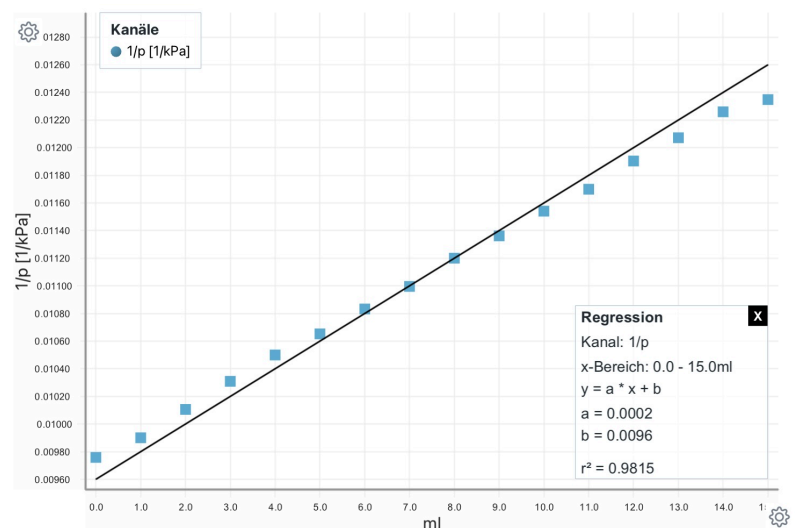
- Beenden Sie die Messung durch Drücken von .
- Nach Beendigung der Messung zeigt *measureAPP* das Diagramm an, das die Korrelation zwischen $1/p$ und V bei konstanter Temperatur darstellt.
- Erzeugen Sie nun eine lineare Ausgleichsgerade: Tippen Sie zuerst auf  über dem Diagramm. Wählen Sie den Bereich von 1 ml bis 15 ml aus und tippen Sie auf . Daraufhin wählen Sie die *lineare* Regression und Tippen *Berechnen*.
- Tipp: Klicke auf den blauen Button, um das Bild groß darzustellen.



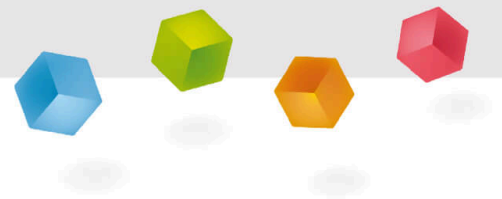
Durchführung - Gesetz von Boyle-Mariotte (3/3)

PHYWE

- Die lineare Regression wird Ihnen angezeigt. Sie können diese notfalls durch Tippen auf  löschen. Die Parameter der lin. Reg. werden Ihnen in der Box angezeigt. Notieren Sie diese.
- Sie können die Messung durch Tippen auf  speichern.



PHYWE



2. Versuch Gesetz von Gay-Lussac

Aufbau - Gesetz von Gay-Lussac

PHYWE

In diesem Versuch wird die Temperatur-Volumen-Korrelation bei konstantem Druck untersucht.

- Stellen Sie sicher, dass alle Gummi-Schläuche mit Schlauchschellen gesichert und alle Schraubkappen dicht geschlossen sind.
- Stellen Sie das Anfangsvolumen der Gasspritze auf genau 50 ml ein.
- Tippen Sie in *measureAPP* unter *Konfiguration* auf *Messwertaufnahme* und stellen Sie diese auf *Punktuell* um. Tippen Sie dann auf *Speichern*.
- Tippen Sie auf *Messpunktnummer umbenennen* und stellen Sie 1 ml ein.

Messwertaufn... **Punktuell**Messpunktnummer umbene... **1 ml**

Zusätzliche Y-Achse

Messkanal

Pressure

● p [kPa] ⚙️ ☐

Thermocouple

● T [K] ⚙️ ☒

Durchführung - Gesetz von Gay-Lussac (1/2)


PHYWE

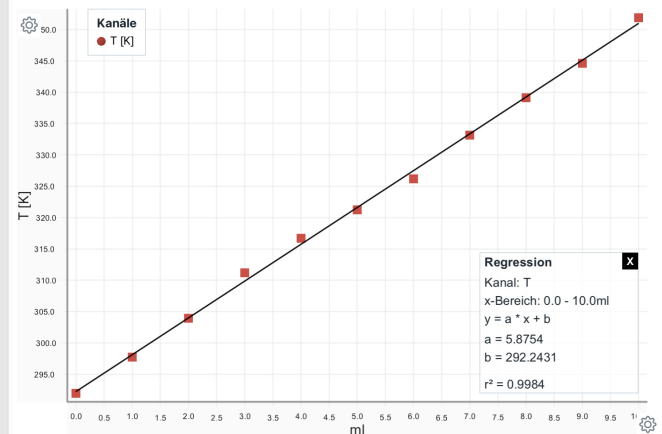
Mischen Sie während des Experiments das Wasser im Glasmantel, indem Sie den Magnetrührstab mit Hilfe eines Stabmagneten bewegen und den Druckausgleich in der Gasspritze durch Drehen des Kolbens erleichtern.

- Tippen Sie auf oberhalb des Diagramms und lesen Sie den Anfangsdruck p_0 ab. Deaktivieren Sie dann Druck-Sensor für diese Messung. Damit ist die y-Achse auf T und die x-Achse auf V gesetzt.
- Starten Sie die Messung mit .
- Die Anzeige verändert sich zu ☒ Notieren sie mit dem rechten Buton den Startwert.
- Stellen Sie anschließend das Heizgerät mit dem Leistungsregler auf mittleres Heizen (Stufe 6-8) ein.
- Nach jeder Erhöhung des Volumens um 1 ml wird der nächste Wert durch Tippen auf ☒ genommen.
- Nachdem das Gasvolumen 60 ml erreicht, schalten sie das Heizgerät aus und beenden sie die Messung durch Drücken von .

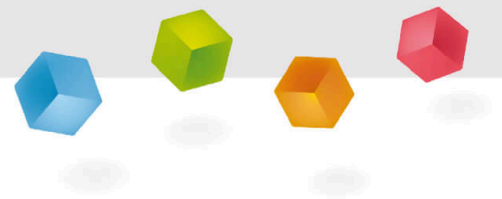
Durchführung - Gesetz von Gay-Lussac (2/2)

PHYWE

- Nach Beendigung der Messung zeigt *measureAPP* das Diagramm an, das die Korrelation zwischen T und V bei konstantem Druck darstellt.
- Erzeugen Sie nun eine lineare Ausgleichsgerade wie im ersten Versuchsteil beschrieben. Wählen Sie den Bereich von 0 ml bis 10 ml aus.
- Die Parameter der lineare Regression werden Ihnen in der Box angezeigt. Notieren Sie diese.
- Sie können die Messung durch Tippen auf  speichern.



PHYWE




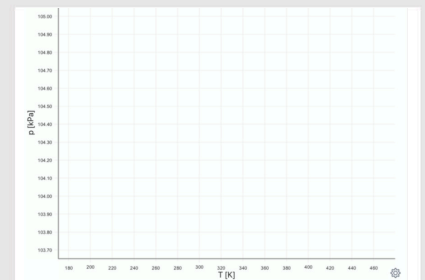
Versuch 3: Gesetz von Amontons

Aufbau - Gesetz von Gay-Lussac

PHYWE

In diesem Versuch wird die Druck-Temperatur-Korrelation bei konstantem Volumen untersucht.

- Stellen Sie sicher, dass alle Gummi-Schläuche mit Schlauchschellen gesichert und alle Schraubkappen dicht geschlossen sind.
- Stellen Sie das Volumen der Gasspritze auf genau 50 ml ein. Halten Sie während des Versuches die Gasspritze fest und somit das Volumen konstant bei 50 ml.
- Tippen Sie in *measureAPP* rechts neben der X-Achse auf  und stellen Sie die Temperatur als Messgröße wie in der Abbildung gezeigt ein.
- Tippen Sie *measureAPP* unter *Konfiguration* auf *Messwertaufnahme* und stellen Sie diese auf *Kontinuierlich* um und *Speichern*.



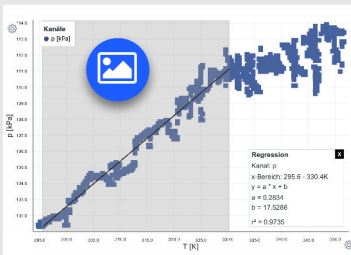
X-Achse	
Schließen	Speichern
X-Achse	Temperatur T [K]
Achsenkalierung	Fest
Logarithmische X-Achse	<input type="radio"/>

Durchführung - Gesetz von Amontons (1/2)

PHYWE

p 101,3 kPa

T 295,6 K




Mischen Sie während des Experiments das Wasser im Glasmantel und vereinfachen Sie den Druckausgleich in der Gasspritze durch Drehen des Kolbens.

- Drücken Sie auf oberhalb des Diagramms und lesen Sie den Anfangsdruck p_0 ab.
- Starten Sie die Messung mit Die Messwerte werden hier automatisch und kontinuierlich genommen.
- Stellen Sie anschließend das Heizgerät mit dem Leistungsregler auf mittleres Heizen (Stufe 6-8) ein.
- Nach Erreichen einer Temperatur von ca. 350 K (ca. 77 °C) oder bei deutlichem Luftverlust während der Kompression wird das Heizgerät ausgeschaltet und die Messung mit beendet.

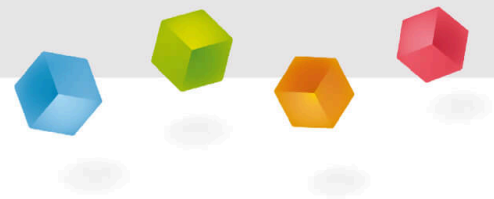
Durchführung - Gesetz von Amontons (2/2)

PHYWE

- Nach Beendigung der Messung zeigt *measureAPP* das Diagramm an, das die Korrelation zwischen p und T bei konstantem Volumen darstellt (siehe vorige Folie für die erwartete Korrelation).
- Erzeugen Sie nun eine lineare Ausgleichsgerade wie im ersten Versuchsteil beschrieben. Wählen Sie den Bereich von Beginn bis zum Ende des Heizvorgangs aus. In diesem Bereich sollte die p - T -Korrelation linear sein (in der Abbildung grau gezeigt).
- Die Parameter der lineare Regression werden Ihnen in der Box angezeigt. Notieren Sie diese.
- Sollte eine lineare Regression nicht automatisch erzeugt werden können, kann diese manuell über  durch Ziehen der Gerade vom Start- zum Endwert im Diagramm erstellt werden.

PHYWE

Auswertung



Auswertung (1/13): Ergebnisse

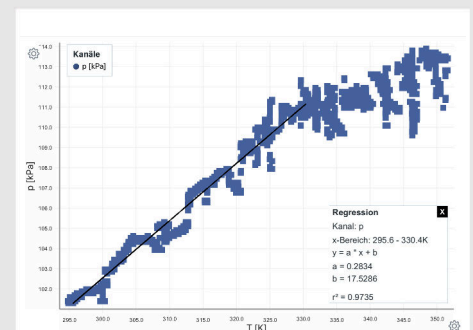
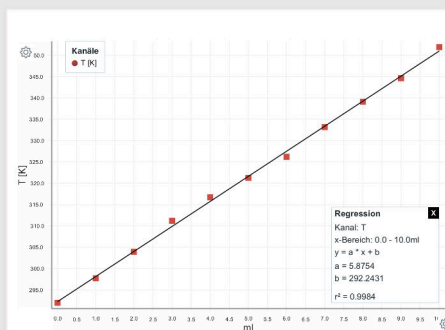
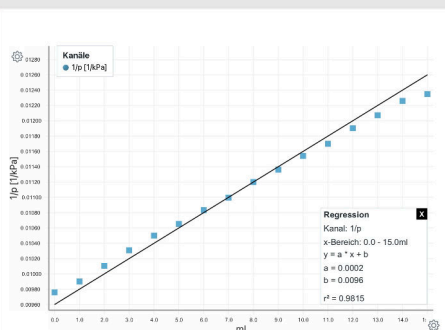
PHYWE

Die experimentell erhaltenen Diagramme zeigen, dass zwischen den jeweiligen äußeren Zustandsgrößen Druck, Temperatur und Volumen ein linearer Zusammenhang analog zu den drei Gasgesetzen besteht.

Gesetz von Boyle-Mariotte:
 $1/p \sim V$

Gesetz von Gay-Lussac:
 $V \sim T$

Gesetz von Amontons:
 $p \sim T$



Auswertung (2/13): Herleitungen

PHYWE

Der Zustand eines Gases ist eine Funktion der Zustandsgrößen Temperatur T , Druck p und die Menge der Substanz n , die sich gegenseitig bedingen. So wird die Abhängigkeit des Drucks mit T , V und n durch das Gesamtdifferential (1.1) beschrieben.

$$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{V,n} dT + \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_{T,n} dV + \left(\frac{\partial p}{\partial n}\right)_{T,V} dn \quad (1.1)$$

Analog gilt für die Änderung des Volumens in Abhängigkeit von den Variablen T , p und n :

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{p,n} dT + \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_{T,n} dp + \left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)_{T,p} dn \quad (1.2)$$

In der Auswertung wollen wir uns auf die für die drei Gasgesetze relevanten, farbig markierten Terme konzentrieren.

Auswertung (3/13): Gesetz von Boyle-Mariotte

PHYWE

Die Beziehung (2.1) vereinfacht sich für eine bestimmte Stoffmenge ($n = \text{konstant}$, $dn = 0$; eingeschlossene Gasmenge in der Gasspritze) und eine isotherme Zustandsänderung ($T = \text{konstant}$, $dT = 0$) zu:

$$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_{T,n} dV \quad (2.1)$$

Der partielle Differentialquotient $(\partial p / \partial V)_{T,n}$ entspricht geometrisch der Steigung einer Tangente an die Funktion $V = f(p)$ und charakterisiert somit die gegenseitige Abhängigkeit von Druck und Volumen. Der Grad dieser Abhängigkeit wird durch den Ausgangsdruck p_0 bestimmt.

Auswertung (4/13): Gesetz von Boyle-Mariotte

PHYWE

Für den Grenzfall eines idealen Gases (hinreichend niedrige Drücke, hinreichend hohe Temperaturen) ist die Korrespondenz zwischen den Zustandsgrößen p , V , T und n durch das ideale Gasgesetz beschrieben:

$$pV = nRT \quad (3)$$

mit R als die Universelle Gaskonstante. Für den Fall einer konstanten Stoffmenge ($n = \text{konstant}$, $dn = 0$; eingeschlossene Gasmenge in der Gasspritze) und einer isothermen Prozessführung ($T = \text{konstant}$, $dT = 0$) geht diese Gleichung in die folgenden Gleichungen über:

$$pV = nRT = \text{Konstante} \quad (3.1)$$

$$\text{und } p = \frac{\text{Konstante}}{V} \quad (3.2)$$

Nach dieser von Boyle und Mariotte empirisch ermittelten Korrelation geht eine Druckerhöhung mit einer Volumenabnahme einher und umgekehrt.

Auswertung (5/13): Universelle Gaskonstante

PHYWE

Die grafische Darstellung der Funktion $p = f(V)$ ergibt eine Hyperbel. Im Gegensatz dazu ergibt sich eine gerade Linie für die Auftragung von p gegen das reziproke Volumen $1/V$. Aus der Steigung dieser linearen Beziehung,

$$\left(\frac{\delta p}{\delta V^{-1}}\right)_{T,n} = nRT \quad (4)$$

ist es möglich, die Gaskonstante R experimentell zu bestimmen, wenn die eingeschlossene konstante Menge an Luft n bekannt ist und die Temperatur T während des Experiments konstant gehalten wird. Diese ist gleich dem Quotienten aus dem Volumen V und dem molaren Volumen V_m :

$$n = \frac{V}{V_m} \quad (5)$$

mit $V_m = 22,414 \text{ l} \cdot \text{mol}^{-1}$ bei $T_0 = 273,15 \text{ K}$ und $p_0 = 1013,25 \text{ hPa}$ das heißt, unter Standardbedingungen.

Auswertung (6/13): Gesetz von Gay-Lussac

PHYWE

Die Beziehung (1.2) vereinfacht sich für eine bestimmte Stoffmenge ($n = \text{konstant}$, $dn = 0$; eingeschlossene Gasmenge in der Gasspritze) und eine isobare Zustandsänderung ($p = \text{konstant}$, $dp = 0$) zu:

$$dV = \left(\frac{\delta V}{\delta T}\right)_{p,n} dT \quad (2.2)$$

Der partielle Differentialquotient $(\delta V / \delta T)_{p,n}$ entspricht geometrisch der Steigung einer Tangente an die Funktion $V = f(T)$ und charakterisiert somit die gegenseitige Abhängigkeit von Volumen und Temperatur. Das Ausmaß dieser Abhängigkeit wird durch das Ausgangsvolumen bestimmt.

Der Wärmekoeffizient y_0 der Ausdehnung wird daher als Maß für die Temperaturabhängigkeit des Volumens definiert, in Bezug zu V_0 :

$$y_0 = \frac{1}{V_0} \left(\frac{\delta V}{\delta T}\right)_{p,n} \quad (6)$$

Auswertung (7/13): Therm. Ausdehnungskoeffizient

PHYWE

Für den Grenzfall eines idealen Gases (ausreichend niedriger Druck, ausreichend hohe Temperatur) ergibt sich nach Integration der Differentialgleichung aus (1.2) und (6), wobei $y_0 = \text{Konstante}$

$$\frac{V_0}{T_0} = \frac{V}{T} \quad (7.1) \quad \text{12.1} \quad \text{und} \quad V = \text{Konstante} \cdot T \quad (7.2)$$

Nach dieser von Gay-Lussac entdeckten Korrelation ergibt die grafische Darstellung des Volumens in Abhängigkeit von der Temperatur eine verlaufende Gerade, bei der $V = 0$ für $T = 0$. Aus (5) und dem idealen Gasgesetz (6) ergibt sich für die Steigung dieser linearen Beziehungen Folgendes:

$$\left(\frac{\delta V}{\delta T}\right) = V_0 \gamma_0 = \frac{nR}{p} \quad (8)$$

Daraus ergibt sich der thermische Ausdehnungskoeffizient γ_0 und die universelle Gaskonstante R sind bei bekanntem Ausgangsvolumen experimentell zugänglich V_0 und einer bekannten Menge der Substanz n .

Auswertung (8/13): Gesetz von Amontons

PHYWE

Die Beziehung (2.1) vereinfacht sich für eine bestimmte Stoffmenge ($n = \text{konstant}$, $dn = 0$; eingeschlossene Gasmenge in der Gasspritze) und eine isochoren Zustandsänderung ($V = \text{konstant}$, $dV = 0$) zu:

$$dp = \left(\frac{\delta p}{\delta T}\right)_{V,n} dT \quad (2.3)$$

Der partielle Differentialquotient $(\delta p / \delta T)_{V,n}$ entspricht geometrisch der Steigung einer Tangente an die Funktion $p = f(T)$ und charakterisiert die Abhängigkeit von p von T . Das Ausmaß dieser Abhängigkeit wird durch den Ausgangsdruck p_0 bestimmt.

Daher definiert man den thermischen Spannungskoeffizienten β_0 als Maß für die Temperaturabhängigkeit, in Bezug zu p_0 :

$$\beta_0 = \frac{1}{p_0} \left(\frac{\delta p}{\delta T}\right)_{V,n} \quad (9)$$

Auswertung (9/13): Gesetz von Amontons

PHYWE

Für den Grenzfall eines idealen Gases (ausreichend niedriger Druck, ausreichend hohe Temperatur) ergibt sich die Integration einer Differentialgleichung aus (1.1) und (9), wobei $\beta_0 = \text{Konstante}$, ergibt sich

$$\frac{p_0}{T_0} = \frac{p}{T} \quad (10.1) \quad \text{und} \quad p = \text{Konstante} \cdot T \quad (10.2)$$

Nach diesem von Charles und Amontons entdeckten Zusammenhang ergibt die grafische Darstellung des Drucks in Abhängigkeit von der Temperatur eine ansteigende Gerade, wobei $p = 0$ bei $T = 0$. Aus dem idealen Gasgesetz (3) und (9) ergibt sich für die Steigung dieser linearen Beziehung:

$$\left(\frac{\delta p}{\delta T}\right)_{V,n} = p_0 \beta_0 = \frac{nR}{V} \quad (11)$$

Daraus ergibt sich der thermische Spannungskoeffizient β_0 und die universelle Gaskonstante R kann bei bekanntem Anfangsdruck bestimmt werden p_0 und eine bekannte Menge eines Stoffes n . Die beigefügte konstante Menge an Stoffen n ist gleich dem Quotienten aus Volumen V und molarem Volumen \bar{V}_m .

Auswertung (10/13): Literaturwerte

PHYWE

Die Literaturwerte für ein ideales Gas sind

$$R_{lit.} = 8,31446 \text{ Nm} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} = 8,31446 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\gamma_{0,lit.} = 3,661 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

$$\beta_{0,lit.} = 3,661 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

Auswertung (11/13): Berechnung von R

PHYWE

Die im ersten Versuch gewonnenen Daten bestätigen die Gültigkeit des Gesetzes von Boyle und Mariotte. Anhand dem Kehrwert der Steigung der linearisierten Korrelation zwischen $1/p$ und V , Kehrwert:

$(\delta p / \delta V^{-1})_{T,n} = 5 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3 = 5 \text{ J}$, erhält man für die universelle Gaskonstante mit für $n = 2.086 \text{ mmol}$ und $T = 291.6 \text{ K}$:

$$R = 8.22 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

Die Abweichung vom Literaturwert ist auf die unvermeidliche mangelnde Gasechtheit bei zunehmender Abweichung vom Atmosphärendruck durch Kompression oder Expansion zurückzuführen, wobei der Zustand $dn = 0$ verletzt wird und die beobachtete Steigung $(\delta p / \delta V^{-1})_T$ im Vergleich zu dem mit einer konstanten Stoffmenge messbaren Wert vermindert ist.

Auswertung (12/13): Berechnung von γ_0

PHYWE

Die Untersuchung des Zusammenhangs zwischen Volumen und Temperatur bei einer konstanten Gasmenge von $n = 2.086 \text{ mmol}$ berechnet nach den Beziehungen (8) und (9), bestätigt die Gültigkeit des ersten Gay-Lussac-Gesetzes mit einer linearen Beziehung.

Aus dem Kehrwert der experimentell ermittelten Steigung $(\delta T / \delta V)_{p,n} = 0.17 \text{ ml/K}$ und für das Ausgangsvolumen $V_0 = 50 \text{ ml}$ erhält man folgende Werte für die universelle Gaskonstante R durch Umstellen (3) zu $R = p_0 / n \cdot (\delta T / \delta V)_{p,n}$ mit der experimentell ermittelten Steigung $m = 1 / (\delta T / \delta V)_{p,n}$:

$R_{exp} = 8.15 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ und für den Wärmeausdehnungskoeffizienten γ_0 aus (6):

$$\gamma_{0,exp} = 3.40 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

Auswertung (13/13): Berechnung von β_0

PHYWE

Die Untersuchung des Zusammenhangs zwischen Druck und Temperatur bei einer konstanten Gasmenge von $V_0 = 50 \text{ ml}$, berechnet nach den Beziehungen (8) und (9), bestätigt die Gültigkeit des Charles'schen (Amontons'schen) Gesetzes mit der im dritten Versuch nachgewiesenen linearen Beziehung.

Aus der entsprechenden Steigung $(\delta p / \delta T)_{V,n} = 3.00 \text{ hPa/K}$ und für den Anfangsdruck $p_0 = 101.3 \text{ kPa}$ erhält man folgende Werte für die universelle Gaskonstante R und der Koeffizient der thermischen Spannung β_0 .

$$R_{exp} = 7.19 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\beta_{0,exp} = 2.96 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

Die Abweichung von den Literaturwerten resultiert hier primär aus der teils schwierig aber empfindlich einzuhaltenden konstanten Volumenmenge von 50 ml .

PHYWE



Zusätzliche Informationen

Zusätzliche Infomationen

PHYWE

Das Differential aus (2) vereinfacht sich für eine bestimmte Stoffmenge ($n = \text{konstant}$, $dn = 0$; eingeschlossene Gasmenge in der Gasspritze) und isothermische Zustandsänderung ($T = \text{konstant}$, $dT = 0$) zu:

$$dV = \left(\frac{\delta V}{\delta p}\right)_{T,n} dp \quad (2.2)$$

Der partielle Differentialquotient $(\delta V / \delta p)_{T,n}$ entspricht geometrisch der Steigung einer Tangente an die Funktion $V = f(p)$ und charakterisiert somit die gegenseitige Abhängigkeit von Volumen und Druck. Der Grad dieser Abhängigkeit wird durch das Ausgangsvolumen V_0 bestimmt. Aus (2.2) ergibt für die Volumenabhängigkeit der Kompressibilitätskoeffizient X_0 in Abhängigkeit von V_0 bei $T = \text{konstant}$:

$$X_0 = -\frac{1}{V_0} \left(\frac{\delta V}{\delta p}\right)_{T,n} \quad (12)$$

Die Bestimmung von X_0 könnte experimentell über die Messung der Volumenänderung nach der Druckänderung erreicht werden.

PHYWE



Aufgaben

Aufgabe 1

PHYWE

Das Gesetz des idealen Gases

Wie lautet das Gesetz des idealen Gases (thermische Zustandsgleichung idealer Gase)? Ziehe die richtigen Variablen und Konstanten an die entsprechenden Positionen.

$$\boxed{} \cdot \boxed{} = \boxed{} \cdot \boxed{} \cdot \boxed{}$$

n V T p R

✓ Überprüfen

Aufgabe 2

PHYWE

Kreuzen Sie an, unter welchen Bedingungen das ideale Gasgesetz gültig ist.

- ☐ Der Druck und die Temperatur müssen möglichst hoch sein.
- ☐ Zwischen den Gasteilchen dürfen keine Wechselwirkungen bestehen.
- ☐ Der Druck muss möglichst niedrig und die Temperatur muss möglichst hoch sein.
- ☐ Das Gasvolumen muss möglichst gering sein.
- ☐ Die Gasteilchen müssen punktförmig sein.

[✓ Überprüfen](#)

Dia

Ergebnis / Insgesamt

Dia 52: Das Gesetz des idealen Gases

0/5

Dia 53: Gültigkeit des idealen Gasgesetzes

0/3

Gesamtpunktzahl

 0/8[👁️ Lösungen anzeigen](#)[🔄 Wiederholung](#)