

# Zustandsgleichung idealer Gase mit Cobra SMARTsense (Gesetz von Boyle-Mariotte, Gay-Lussac, Amontons)



In diesem Experiment wird die Gültigkeit der allgemeinen Gasgesetze von Boyle-Mariotte, Gay-Lussac und Amontons untersucht und bestätigt. Dabei wird die Veränderung jeweils gleicher Luftvolumina in Abhängigkeit der äußeren Einflüsse Druck und Temperatur sowie deren Veränderung bei gleichbleibendem Luftvolumen untersucht.

Physik	Wärmelehre / Thermodynamik	Kinetische Gastheorie & Gasgesetze	
Chemie	Allgemeine Chemie	Stöchiometrie	
Chemie	Physikalische Chemie	Gasgesetze	
	Schwierigkeitsgrad		Vorbereitungszeit
mittel	-	20 Minuten	Durchführungszeit
			45+ Minuten

Diese Inhalte finden Sie auch online unter:



<https://www.curriculab.de/c/66e967fb9ca6ad0002b102bd>

**PHYWE**

## Allgemeine Informationen

### Anwendung

**PHYWE**

Versuchsaufbau

Dieser Versuchsaufbau kombiniert die Untersuchung der Grundlagen der von Robert Boyle, Jacques Charles, Amadeo Avogadro, Guillaume Amontons und Joseph-Louis Gay-Lussac postulierten Gasgesetze. Diese drei beschriebenen Gasgesetze definieren die modernen Gesetze der Thermodynamik.

Die Grundlage dieser Gasgesetze ist das ideale Gasgesetz, welches den Druck  $p$ , das Volumen  $V$ , die Temperatur  $T$  und die Stoffmenge  $n$  mit der universellen Gaskonstante  $R$  in Beziehung zueinander setzt.

## Sonstige Informationen (1/2)

PHYWE

### Vorwissen



Die Studenten müssen mit Einheiten wie Druck, Temperatur, Masse und Volumen vertraut sein und Berechnungen damit durchführen können. Das Ideale Gas sollte den Studenten bekannt sein. Darüber hinaus müssen sie mit der allgemeinen guten Laborpraxis und den allgemeinen Sicherheitsvorschriften für Labore vertraut sein.

### Prinzip



Der Zustand eines Gases wird durch Temperatur, Druck und Stoffmenge bestimmt. Für den Grenzfall der idealen Gase sind diese Zustandsgrößen über das ideale Gasgesetz miteinander verknüpft. Für eine Zustandsänderung unter isobaren Bedingungen geht diese Gleichung in das erste Gesetz von Gay-Lussac über, während sie unter isochoren Bedingungen in das Gesetz von Amonton und bei isothermer Prozessführung in das Gesetz von Boyle und Mariotte übergeht.

## Sonstige Informationen (2/2)

PHYWE

### Lernziel



In diesem Experiment machen sich die Studierenden mit den verschiedenen Verhaltensweisen von Gasen vertraut und vertiefen ihr Wissen über physikalische Gleichungen. Indem sie die verschiedenen Versuche mit dem gleichen Luftvolumen unter Veränderung der äußeren Einflüsse durchführen, lernen sie die Zusammenhänge von Druck, Temperatur und Volumen kennen.

### Aufgaben



1. Untersuche die Gültigkeit der drei Gasgesetze für eine konstante Gasmenge (Luft).
2. Berechne die universelle Gaskonstante, den thermischen Ausdehnungskoeffizienten und den thermischen Spannungskoeffizienten anhand der erhaltenen Beziehungen.

## Theorie (1/4) - Ideales Gasgesetz

PHYWE



Gase gibt es auf jedem Planeten im Universum

Das ideale Gasgesetz wird in diesem Versuch mit Hilfe von drei Experimenten veranschaulicht. Es soll gezeigt werden, dass dieses Gesetz trotz zahlreicher Einschränkungen eine gute Näherung für das Verhalten vieler Gase unter vielen Bedingungen ist.

Das ideale Gasgesetz setzt die Variablen Druck  $p$ , die Temperatur  $T$ , das Volumen  $V$  und die Stoffmenge  $n$  miteinander in Beziehung. Es ist definiert als

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

mit der Avogadro- oder idealen Gaskonstante  $R$ .

## Theorie (2/4) - Gesetz von Boyle-Mariotte

PHYWE



Bei Druck-erhöhung verringert sich das Gas-volumen, so lange die Temperatur konstant bleibt.

Das Gesetz von Boyle-Mariotte lautet:  $p \cdot V = \text{konstant}$  bzw.  $p \sim 1/V$  und besagt, dass der Druck eines idealen Gases bei konstanter Temperatur umgekehrt proportional zum Volumen ist. Das bedeutet, wenn der Druck von  $p_1$  auf  $p_2$  steigt, verringert sich das Volumen von  $V_1$  auf  $V_2$  und umgekehrt:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}$$

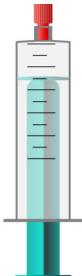
Dies folgt aus der Formel für das ideale Gasgesetz, da bei dem Versuch die Temperatur  $T$  und die Stoffmenge  $n$  konstant bleiben:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad \text{bzw.} \quad p = \frac{n \cdot R \cdot T}{V}$$

Demnach kann das Volumen eines Gases in einer Gasflasche unter hohem Druck geringer sein als unter Normalsdruck.

## Theorie (3/4) - Gesetz von Gay-Lussac

PHYWE



Bei Temperaturerhöhung erhöht sich das Gasvolumen in der Spritze, so lange der Druck konstant bleibt.

Das Gesetz von Gay-Lussac lautet:  $V/T = \text{konstant}$  bzw.  $V \sim T$  und besagt, dass das Volumen eines idealen Gases bei konstantem Druck proportional zur Temperatur ist. Das bedeutet, wenn die Temperatur von  $T_1$  auf  $T_2$  steigt, erhöht sich das Volumen von  $V_1$  auf  $V_2$  und umgekehrt:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Dies folgt aus der Formel für das ideale Gasgesetz, da bei dem Versuch der Druck  $p$  und die Stoffmenge  $n$  konstant bleiben:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad \text{bzw.} \quad V = \frac{n \cdot R \cdot T}{p}$$

Dieses Gesetz findet Anwendung in Druckbehältern, Klimaanlagen, Luftballons und bei der Analyse von chemischen Reaktionen und meteorologischen Bedingungen.

## Theorie (4/4) - Gesetz von Amontons

PHYWE



Bei Temperaturerhöhung erhöht sich der Druck im Kochtopf, so lange das Volumen konstant bleibt.

Das Gesetz von Amontons (manchmal auch "2. Gesetz von Gay-Lussac") lautet:  $p/T = \text{konstant}$  bzw.  $p \sim T$  und besagt, dass der Druck eines idealen Gases bei konstantem Volumen proportional zur Temperatur ist. Das bedeutet, wenn die Temperatur von  $T_1$  auf  $T_2$  steigt, erhöht sich der Druck von  $p_1$  auf  $p_2$  und umgekehrt:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Dies folgt aus der Formel für das ideale Gasgesetz, da bei dem Versuch das Volumen und die Stoffmenge  $n$  konstant bleiben:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad \text{bzw.} \quad p = \frac{n \cdot R \cdot T}{V}$$

Im Unterschied zum Gesetz von Gay-Lussac besagt das Gesetz von Amontons, dass bei konstantem Volumen der *Druck* eines Gases steigt, wenn die *Temperatur* erhöht wird.

## Sicherheitshinweise

**PHYWE**

- Für dieses Experiment gelten die allgemeinen Anweisungen für sicheres Experimentieren im naturwissenschaftlichen Unterricht.
- Beim Umgang mit Gasen unter Druck sollten Sie eine Schutzbrille und geeignete Kleidung tragen.
- Achtung! In diesem Experiment wird Wasser in einem Glasmantel, der zur Umgebung offen ist, fast zum Kochen erhitzt! Schutzbrille tragen!

## Material

Position	Material	Art.-Nr.	Menge
1	Set Gasgesetze mit Glasmantel und Cobra SMARTsense	43022-00	1
2	Leistungssteller, 230 Volt, max. 2990 Watt	32288-93	1
3	measureAPP - die kostenlose Mess-Software für alle Endgeräte	14581-61	1

PHYWE



## Allgemeiner Versuchsaufbau

### Allgemeiner Versuchsaufbau (1/9)

PHYWE

Zur Messung mit den **Cobra SMARTsense Sensoren** wird die **PHYWE measureAPP** benötigt. Die App kann kostenfrei im jeweiligen App Store (QR-Codes siehe unten) heruntergeladen werden. Bitte überprüfe vor dem Starten der App, ob auf deinem Gerät (Smartphone, Tablet, Desktop-PC) **Bluetooth aktiviert** ist.



iOS



Android



Windows

## Allgemeiner Versuchsaufbau (2/9)

PHYWE

- Befestigen Sie die beiden kurzen Stativstangen in den mittleren Löchern des PHYWE Stativ-Fußes.
- Bringen Sie anschließend die Grundplatte an.
- Befestigen Sie an der Rückseite die längere Stativstange waagerecht mit zwei Doppelmuffen.



## Allgemeiner Versuchsaufbau (3/9)

PHYWE

- Befestigen Sie zwei weitere Doppelmuffen jeweils am oberen Teil der beiden kurzen Stativstangen.
- Befestigen Sie die beiden Universalklemmen an den beiden Doppelmuffen, um im nächsten Schritt den Glasmantel mit der Gasflasche direkt über dem Heizerät zu fixieren.
- Stellen Sie das Heizerät für das Glasmantelsystem auf die Grundplatte.



## Allgemeiner Versuchsaufbau (4/9)

PHYWE

- Bauen Sie den Glasmantel wie in den beiden Abbildungen gezeigt zusammen:
  - Bringen Sie dazu eine verschlossene Schraubkappe und ein Stück Silikonschlauch (ca. 15 cm oder mehr) am linken Ventil und der Olive an.
  - Verwenden Sie eine der beiden Schlauchklemmen, um ein kurzes Stück Schlauch an der Spitze der Gasspritze zu befestigen. Die Länge des Schlauchstückes muss genügen, um den *Cobra SMARTsense Absolute Pressure Sensor* mit einer Olive daran anzuschließen (s. nächste Folie).



## Allgemeiner Versuchsaufbau (5/9)

PHYWE

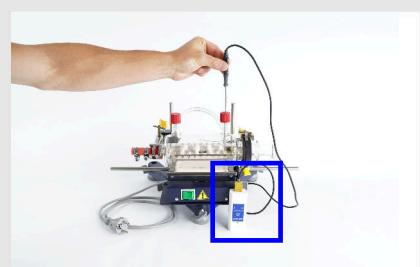
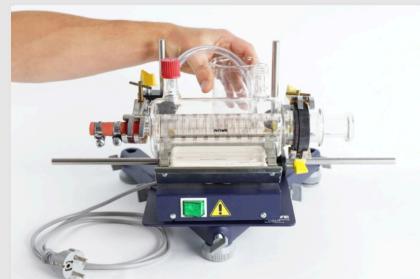
- Setzen Sie den Glasmantel in die beiden Universalklemmen ein und achten Sie darauf, dass er locker auf den Klemmen sowie dem Heizgerät aufliegt.
- Befestigen Sie den Glasmantel anschließend spannungsfrei mit den beiden Klemmen.
- Setzen Sie in die rechte Verschraubung einen Trichter ein.
- Füllen Sie die Apparatur mit destilliertem Wasser, entnehmen Sie den Trichter, setzen Sie einen Rührstab durch die Öffnung in die Apparatur ein und schrauben Sie die rechte Verschlusskappe dicht auf.



## Allgemeiner Versuchsaufbau (6/9)

PHYWE

- Stellen Sie ein Becherglas hinter den Glasmantel und legen Sie das offene Ende des Schlauches hinein. Während des Versuches kann so aufgewärmtes Wasser sicher aus der Apparatur abfließen.
- Befestigen Sie den Tauchfühler in der rechten Verschlusskappe mit Dichtung und schließen Sie diese dicht.
- Verbinden Sie den Tauchfühler mit dem *Cobra SMARTsense Thermocouple* (s. blaue Box).



## Allgemeiner Versuchsaufbau (7/9)

PHYWE

- Befestigen Sie den Drucksensor *Cobra SMARTsense Absolute Pressure* mit einer zweiten Schlauchschelle am Rohr der Gasspritze.
- Schließen Sie zum Schluss das Netzgerät an das Heizgerät an.

Der allgemeine Versuchsaufbau ist nun fertig. Es folgt die Einstellung der *measureAPP* für die Versuche. Details zu den einzelnen Versuchen werden im Anschluss beschrieben.



## Allgemeiner Versuchsaufbau (8/9)

PHYWE

- Verbinden Sie beide *Cobra SMARTsense* Sensoren per Bluetooth oder USB mit *measureLAB*: Halten Sie dazu die *Ein/Aus-Taste* am Sensor für circa 3 s gedrückt. Die *Bluetooth-LED* blinkt daraufhin dreimal.
- Wählen Sie den Sensor in *measureAPP* aus und drücken Sie auf zum Verbinden.



### Sensoren

#### Sensoren

	Apple iPad13,16 - Accelerometer (internal)		
	6993 - Thermocouple	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

## Allgemeiner Versuchsaufbau (9/9)

PHYWE

- Stellen Sie sicher, dass alle Gummi-Schläuche mit Schlauchschellen gesichert und alle Schraubkappen dicht geschlossen sind.
- Stellen Sie das Anfangsvolumen der Gasspritze auf genau 50 ml ein.
- Bevor Sie beginnen, müssen einige Anpassungen in *measureAPP* vorgenommen werden:
  - Tippen Sie unter *Messkanal* für den *Pressure Sensor* (Variable *p*) auf das Zahnrad und stellen Sie die *Einheit* auf Kilopascal (kPa) und tippen Sie auf *Speichern*.
  - Verfahren Sie genau so für den Temperature Sensor und stellen Sie die *Einheit* auf Kelvin (K), alle anderen Einstellungen können Sie nach Belieben wählen, wobei *Messpunkte darstellen* sinnvoll ist.

Kurveneinstellungen	
Schließen	Speichern
Einheit	kPa ▾
Dezimalstellen	.000 ▾
Farbe	
Messpunkte darstellen	
Messlinie darstellen	<input type="radio"/>
Linienbreite	<input type="range"/>

Kurveneinstellungen	
Schließen	Speichern
Einheit	K ▾
Dezimalstellen	.000 ▾
Farbe	
Messpunkte darstellen	
Messlinie darstellen	<input type="radio"/>
Linienbreite	<input type="range"/>

PHYWE



# Versuch 1: Gesetz von Boyle-Mariotte

## Aufbau - Gesetz von Boyle-Mariotte (1/2)

PHYWE

In diesem Versuch wird die Druck-Volumen-Korrelation bei konstanter Temperatur untersucht.

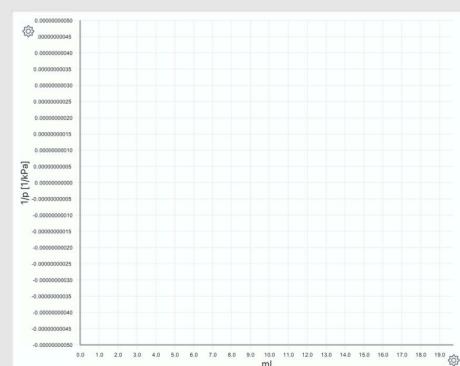
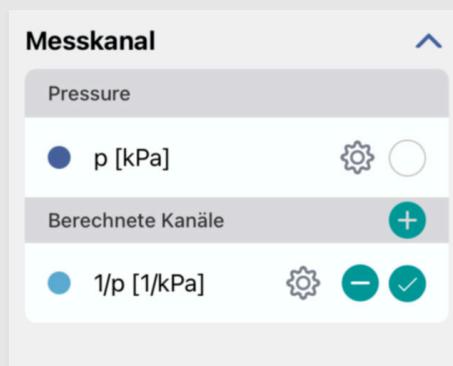
- Stellen Sie sicher, dass alle Gummi-Schlüsse mit Schlauchschellen gesichert und alle Schraubkappen dicht geschlossen sind.
- Stellen Sie das Anfangsvolumen der Gasspritze auf genau 50 ml ein.
- Tippen Sie in *measureAPP* unter *Konfiguration* auf *Messwertaufnahme* und stellen Sie diese auf *Punktuell* um. Tippen Sie dann auf *Speichern*.
- Tippen Sie auf *Messpunktnummer umbenennen* und stellen Sie 1 ml ein.
- Der Temperatursensor kann für diese Messung nach dem Ablesen der Anfangstemperatur deaktiviert werden (siehe folgende Folien).

**Konfiguration**

Abtastfrequenz	5 Hz
Gleitender Mittelwert	
Auf Null setzen	<input type="radio"/>
Wiederholungs-Messung	<input type="radio"/>
Messwertaufn...	Punktuell
Messpunktnummer umbene...	1 ml
Zusätzliche Y-Achse	

## Aufbau - Gesetz von Boyle-Mariotte (2/2)

- Tippen Sie in *measureAPP* unter *Messkanal* auf neben *Berechnete Kanäle* und erstellen Sie einen neuen berechneten Kanal für  $1/p$  wie in der ersten Abbildung gezeigt. Tippen Sie dann auf *Speichern*.
- Entfernen Sie den *Druck* als Messgröße durch Tippen auf den Haken



## Durchführung - Gesetz von Boyle-Mariotte (1/3)

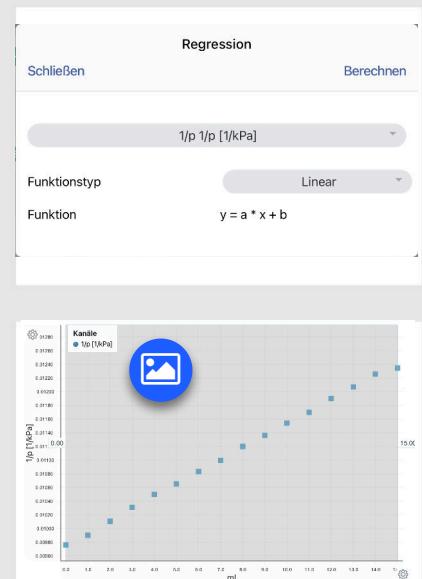
Sorgen Sie während des Experiments für eine konstante Temperatur, indem Sie den Magnetrührstab (im Glasmantel) mit Hilfe eines Stabmagneten bewegen.

- Tippen Sie auf überhalb des Diagramms und lesen Sie die Temperatur  $T$  ab. Danach kann der Temperatur-Sensor für diese Messung deaktiviert werden. Damit ist die y-Achse auf  $1/p$  und die x-Achse auf  $V$  gesetzt.
- Starten Sie die Messung mit .
- Die Anzeige verändert sich zu Notieren sie mit dem rechten Buton den Startwert.
- Erhöhen Sie anschließend manuell das Luftvolumen in der Spritze in 1 ml-Schritten auf ein Volumen von 65 ml.
- Notieren Sie das Volumen für jeden weiteren Schritt durch Tippen auf .

## Durchführung - Gesetz von Boyle-Mariotte (2/3)

PHYWE

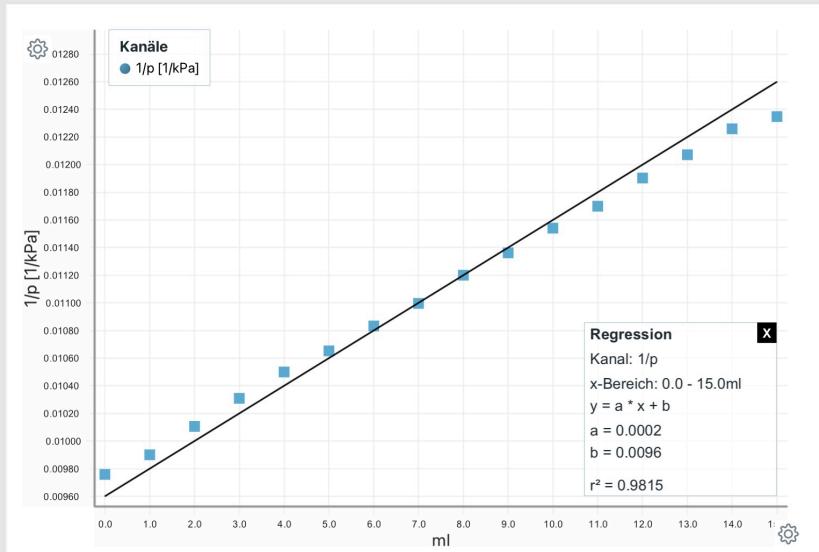
- Beenden Sie die Messung durch Drücken von 
- Nach Beendigung der Messung zeigt *measureAPP* das Diagramm an, das die Korrelation zwischen  $1/p$  und  $V$  bei konstanter Temperatur darstellt.
- Erzeugen Sie nun eine lineare Ausgleichsgerade: Tippen Sie zuerst auf  über dem Diagramm. Wählen Sie den Bereich von 1 ml bis 15 ml aus und tippen Sie auf . Daraufhin wählen Sie die *lineare Regression* und Tippen *Berechnen*.
- Tipp: Klicke auf den blauen Button, um das Bild groß darzustellen.



## Durchführung - Gesetz von Boyle-Mariotte (3/3)

PHYWE

- Die lineare Regression wird Ihnen angezeigt. Sie können diese notfalls durch Tippen auf  löschen. Die Parameter der lin. Reg. werden Ihnen in der Box angezeigt. Notieren Sie diese.
- Sie können die Messung durch Tippen auf  speichern.



PHYWE



## 2. Versuch Gesetz von Gay-Lussac

### Aufbau - Gesetz von Gay-Lussac

PHYWE

In diesem Versuch wird die Temperatur-Volumen-Korrelation bei konstantem Druck untersucht.

- Stellen Sie sicher, dass alle Gummi-Schläuche mit Schlauchschellen gesichert und alle Schraubkappen dicht geschlossen sind.
- Stellen Sie das Anfangsvolumen der Gasspritze auf genau 50 ml ein.
- Tippen Sie in *measureAPP* unter *Konfiguration* auf *Messwertaufnahme* und stellen Sie diese auf *Punktuell* um. Tippen Sie dann auf *Speichern*.
- Tippen Sie auf *Messpunktnummer umbenennen* und stellen Sie 1 ml ein.

Messwertaufn... **Punktuell**

Messpunktnummer umbenenn... **1 ml**

Zusätzliche Y-Achse

**Messkanal**

Pressure
● p [kPa] <input checked="" type="radio"/>
Thermocouple
● T [K] <input checked="" type="radio"/>

## Durchführung - Gesetz von Gay-Lussac (1/2)

PHYWE

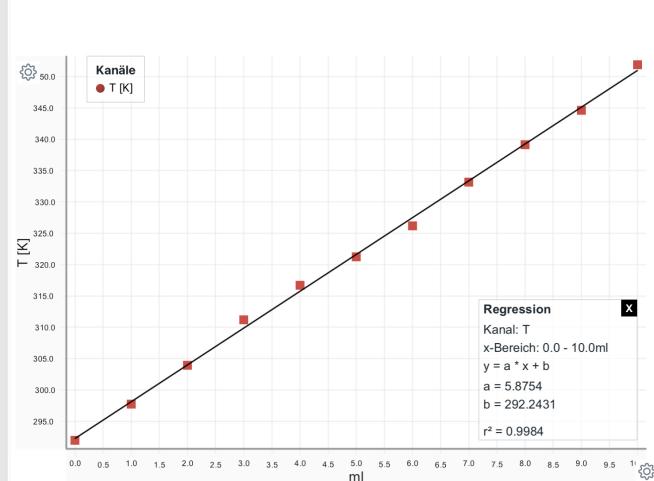
**Mischen Sie während des Experiments das Wasser im Glasmantel, indem Sie den Magnetrührstab mit Hilfe eines Stabmagneten bewegen und den Druckausgleich in der Gasspritze durch Drehen des Kolbens erleichtern.**

- Tippen Sie auf oberhalb des Diagramms und lesen Sie den Anfangsdruck  $p_0$  ab. Deaktivieren Sie dann Druck-Sensor für diese Messung. Damit ist die y-Achse auf  $T$  und die x-Achse auf  $V$  gesetzt.
- Starten Sie die Messung mit .
- Die Anzeige verändert sich zu Notieren sie mit dem rechten Buton den Startwert.
- Stellen Sie anschließend das Heizgerät mit dem Leistungsregler auf mittleres Heizen (Stufe 6-8) ein.
- Nach jeder Erhöhung des Volumens um 1 ml wird der nächste Wert durch Tippen auf genommen.
- Nachdem das Gasvolumen 60 ml erreicht, schalten sie das Heizgerät aus und beenden sie die Messung durch Drücken von .

## Durchführung - Gesetz von Gay-Lussac (2/2)

PHYWE

- Nach Beendigung der Messung zeigt *measureAPP* das Diagramm an, das die Korrelation zwischen  $T$  und  $V$  bei konstantem Druck darstellt.
- Erzeugen Sie nun eine lineare Ausgleichsgerade wie im ersten Versuchsteil beschrieben. Wählen Sie den Bereich von 0 ml bis 10 ml aus.
- Die Parameter der lineare Regression werden Ihnen in der Box angezeigt. Notieren Sie diese.
- Sie können die Messung durch Tippen auf speichern.



PHYWE



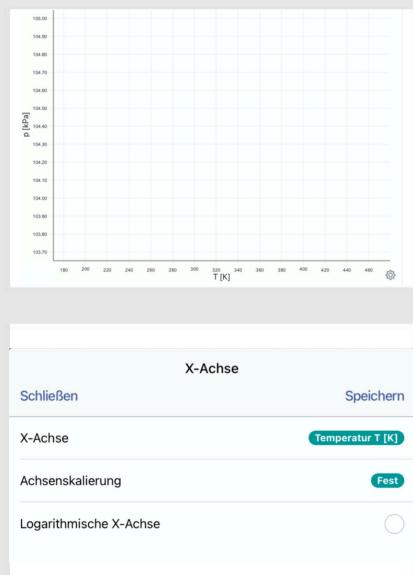
## Versuch 3: Gesetz von Amontons

### Aufbau - Gesetz von Gay-Lussac

PHYWE

In diesem Versuch wird die Druck-Temperatur-Korrelation bei konstantem Volumen untersucht.

- Stellen Sie sicher, dass alle Gummi-Schläuche mit Schlauchschellen gesichert und alle Schraubkappen dicht geschlossen sind.
- Stellen Sie das Volumen der Gasspritze auf genau 50 ml ein. Halten Sie während des Versuches die Gasspritze fest und somit das Volumen konstant bei 50 ml.
- Tippen Sie in *measureAPP* rechts neben der X-Achse auf und stellen Sie die Temperatur als Messgröße wie in der Abbildung gezeigt ein.
- Tippen Sie *measureAPP* unter *Konfiguration* auf *Messwertaufnahme* und stellen Sie diese auf *Kontinuierlich* um und *Speichern*.

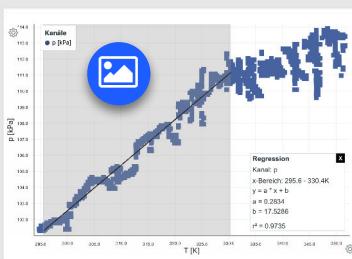


## Durchführung - Gesetz von Amontons (1/2)

PHYWE

p 101,3 kPa

T 295,6 K



**Mischen Sie während des Experiments das Wasser im Glasmantel und vereinfachen Sie den Druckausgleich in der Gasspritze durch Drehen des Kolbens.**

- Drücken Sie auf oberhalb des Diagramms und lesen Sie den Anfangsdruck  $p_0$  ab.
- Starten Sie die Messung mit Die Messwerte werden hier automatisch und kontinuierlich genommen.
- Stellen Sie anschließend das Heizgerät mit dem Leistungsregler auf mittleres Heizen (Stufe 6-8) ein.
- Nach Erreichen einer Temperatur von ca. 350 K (ca. 77 °C) oder bei deutlichem Luftverlust während der Kompression wird das Heizgerät ausgeschaltet und die Messung mit beendet.

## Durchführung - Gesetz von Amontons (2/2)

PHYWE

- Nach Beendigung der Messung zeigt *measureAPP* das Diagramm an, das die Korrelation zwischen  $p$  und  $T$  bei konstantem Volumen darstellt (siehe vorige Folie für die erwartete Korrelation).
- Erzeugen Sie nun eine lineare Ausgleichsgerade wie im ersten Versuchsteil beschrieben. Wählen Sie den Bereich von Beginn bis zum Ende des Heizvorgangs aus. In diesem Bereich solle die  $p$ - $T$ -Korrelation linear sein (in der Abbildung grau gezeigt).
- Die Parameter der lineare Regression werden Ihnen in der Box angezeigt. Notieren Sie diese.
- *Sollte eine lineare Regression nicht automatisch erzeugt werden können, kann diese manuell über durch Ziehen der Gerade vom Start- zum Endwert im Diagramm erstellt werden.*



# Auswertung

## Auswertung (1/13): Ergebnisse

Die experimentell erhaltenen Diagramme zeigen, dass zwischen den jeweiligen äußereren Zustandsgrößen Druck, Temperatur und Volumen ein linearer Zusammenhang analog zu den drei Gasgesetzen besteht.

### Gesetz von Boyle-Mariotte:

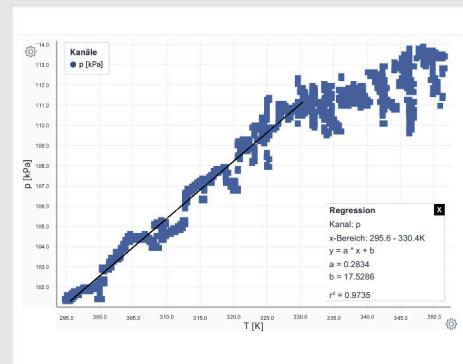
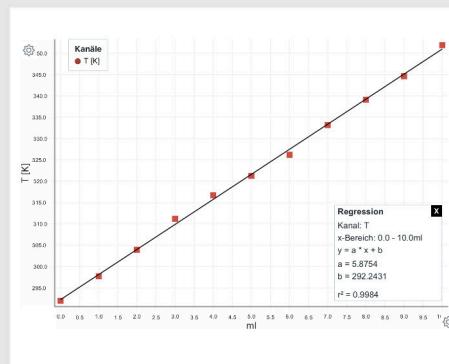
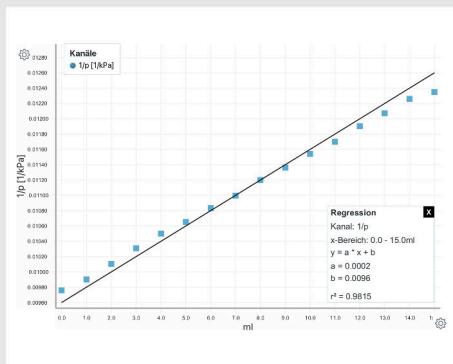
$$1/p \sim V$$

### Gesetz von Gay-Lussac:

$$V \sim T$$

### Gesetz von Amontons:

$$p \sim T$$



## Auswertung (2/13): Herleitungen

PHYWE

Der Zustand eines Gases ist eine Funktion der Zustandsgrößen Temperatur  $T$ , Druck  $p$  und die Menge der Substanz  $n$ , die sich gegenseitig bedingen. So wird die Abhängigkeit des Drucks mit  $T$ ,  $V$  und  $n$  durch das Gesamtdifferential (1.1) beschrieben.

$$dp = \left(\frac{\delta p}{\delta T}\right)_{V,n} dT + \left(\frac{\delta p}{\delta V}\right)_{T,n} dV + \left(\frac{\delta p}{\delta n}\right)_{T,V} dn \quad (1.1)$$

Analog gilt für die Änderung des Volumens in Abhängigkeit von den Variablen  $T$ ,  $p$  und  $n$ :

$$dV = \left(\frac{\delta V}{\delta T}\right)_{p,n} dT + \left(\frac{\delta V}{\delta p}\right)_{T,n} dp + \left(\frac{\delta V}{\delta n}\right)_{T,V} dn \quad (1.2)$$

In der Auswertung wollen wir uns auf die für die drei Gasgesetze relevanten, farbig markierten Terme konzentrieren.

## Auswertung (3/13): Gesetz von Boyle-Mariotte

PHYWE

Die Beziehung (2.1) vereinfacht sich für eine bestimmte Stoffmenge ( $n = \text{konstant}$ ,  $dn = 0$ ; eingeschlossene Gasmenge in der Gasflasche) und eine isotherme Zustandsänderung ( $T = \text{konstant}$ ,  $dT = 0$ ) zu:

$$dp = \left(\frac{\delta p}{\delta V}\right)_{T,n} dV \quad (2.1)$$

Der partielle Differentialquotient  $(\delta p / \delta V)_{T,n}$  entspricht geometrisch der Steigung einer Tangente an die Funktion  $V = f(p)$  und charakterisiert somit die gegenseitige Abhängigkeit von Druck und Volumen. Der Grad dieser Abhängigkeit wird durch den Ausgangsdruck  $p_0$  bestimmt.

## Auswertung (4/13): Gesetz von Boyle-Mariotte

PHYWE

Für den Grenzfall eines idealen Gases (hinreichend niedrige Drücke, hinreichend hohe Temperaturen) ist die Korrespondenz zwischen den Zustandsgrößen  $p$ ,  $V$ ,  $T$  und  $n$  durch das ideale Gasgesetz beschrieben:

$$pV = nRT \quad (3)$$

mit  $R$  als die Universelle Gaskonstante. Für den Fall einer konstanten Stoffmenge ( $n = \text{konstant}$ ,  $dn = 0$ ; eingeschlossene Gasmenge in der Gasspritze) und einer isothermen Prozessführung ( $T = \text{konstant}$ ,  $dT = 0$ ) geht diese Gleichung in die folgenden Gleichungen über:

$$\begin{aligned} pV &= nRT = \text{Konstante} \quad (3.1) \\ \text{und } p &= \frac{\text{Konstante}}{V} \quad (3.2) \end{aligned}$$

Nach dieser von Boyle und Mariotte empirisch ermittelten Korrelation geht eine Druckerhöhung mit einer Volumenabnahme einher und umgekehrt.

## Auswertung (5/13): Universelle Gaskonstante

PHYWE

Die grafische Darstellung der Funktion  $p = f(V)$  ergibt eine Hyperbel. Im Gegensatz dazu ergibt sich eine gerade Linie für die Auftragung von  $p$  gegen das reziproke Volumen  $1/V$ . Aus der Steigung dieser linearen Beziehung,

$$\left( \frac{\delta p}{\delta V^{-1}} \right)_{T,n} = nRT \quad (4)$$

ist es möglich, die Gaskonstante  $R$  experimentell zu bestimmen, wenn die eingeschlossene konstante Menge an Luft  $n$  bekannt ist und die Temperatur  $T$  während des Experiments konstant gehalten wird. Diese ist gleich dem Quotienten aus dem Volumen  $V$  und dem molaren Volumen  $V_m$ :

$$n = \frac{V}{V_m} \quad (5)$$

mit  $V_m = 22,414 \text{ l} \cdot \text{mol}^{-1}$  bei  $T_0 = 273,15 \text{ K}$  und  $p_0 = 1013,25 \text{ hPa}$  das heißt, unter Standardbedingungen.

## Auswertung (6/13): Gesetz von Gay-Lussac

PHYWE

Die Beziehung (1.2) vereinfacht sich für eine bestimmte Stoffmenge ( $n = \text{konstant}$ ,  $dn = 0$ ; eingeschlossene Gasmenge in der Gaspritzte) und eine isobare Zustandsänderung ( $p = \text{konstant}$ ,  $dp = 0$ ) zu:

$$dV = \left(\frac{\delta V}{\delta T}\right)_{p,n} dT \quad (2.2)$$

Der partielle Differentialquotient  $(\delta V / \delta T)_{p,n}$  entspricht geometrisch der Steigung einer Tangente an die Funktion  $V = f(T)$  und charakterisiert somit die gegenseitige Abhängigkeit von Volumen und Temperatur. Das Ausmaß dieser Abhängigkeit wird durch das Ausgangsvolumen bestimmt.

Der Wärmekoeffizient  $\gamma_0$  der Ausdehnung wird daher als Maß für die Temperaturabhängigkeit des Volumens definiert, in Bezug zu  $V_0$ :

$$\gamma_0 = \frac{1}{V_0} \left(\frac{\delta V}{\delta T}\right)_{p,n} \quad (6)$$

## Auswertung (7/13): Therm. Ausdehnungskoeffizient

PHYWE

Für den Grenzfall eines idealen Gases (ausreichend niedriger Druck, ausreichend hohe Temperatur) ergibt sich nach Integration der Differentialgleichung aus (1.2) und (6), wobei  $\gamma_0 = \text{Konstante}$

$$\frac{V_0}{T_0} = \frac{V}{T} \quad (7.1) \quad 12.1 \quad \text{und} \quad V = \text{Konstante} \cdot T \quad (7.2)$$

Nach dieser von Gay-Lussac entdeckten Korrelation ergibt die grafische Darstellung des Volumens in Abhängigkeit von der Temperatur eine verlaufende Gerade, bei der  $V = 0$  für  $T = 0$ . Aus (5) und dem idealen Gasgesetz (6) ergibt sich für die Steigung dieser linearen Beziehungen Folgendes:

$$\left(\frac{\delta V}{\delta T}\right) = V_0 \gamma_0 = \frac{nR}{p} \quad (8)$$

Daraus ergibt sich der thermische Ausdehnungskoeffizient  $\gamma_0$  und die universelle Gaskonstante  $R$  sind bei bekanntem Ausgangsvolumen experimentell zugänglich  $V_0$  und einer bekannten Menge der Substanz  $n$ .

## Auswertung (8/13): Gesetz von Amontons

PHYWE

Die Beziehung (2.1) vereinfacht sich für eine bestimmte Stoffmenge ( $n = \text{konstant}$ ,  $dn = 0$ ; eingeschlossene Gasmenge in der Gaspritz) und eine isochoren Zustandsänderung ( $V = \text{konstant}$ ,  $dV = 0$ ) zu:

$$dp = \left(\frac{\delta p}{\delta T}\right)_{V,n} dT \quad (2.3)$$

Der partielle Differentialquotient  $(\delta p / \delta T)_{V,n}$  entspricht geometrisch der Steigung einer Tangente an die Funktion  $p = f(T)$  und charakterisiert die Abhängigkeit von  $p$  von  $T$ . Das Ausmaß dieser Abhängigkeit wird durch den Ausgangsdruck  $p_0$  bestimmt.

Daher definiert man den thermischen Spannungskoeffizienten  $\beta_0$  als Maß für die Temperaturabhängigkeit, in Bezug zu  $p_0$ :

$$\beta_0 = \frac{1}{p_0} \left(\frac{\delta p}{\delta T}\right)_{V,n} \quad (9)$$

## Auswertung (9/13): Gesetz von Amontons

PHYWE

Für den Grenzfall eines idealen Gases (ausreichend niedriger Druck, ausreichend hohe Temperatur) ergibt sich die Integration einer Differentialgleichung aus (1.1) und (9), wobei  $\beta_0 = \text{Konstante}$ , ergibt sich

$$\frac{p_0}{T_0} = \frac{p}{T} \quad (10.1) \quad \text{und} \quad p = \text{Konstante} \cdot T \quad (10.2)$$

Nach diesem von Charles und Amontons entdeckten Zusammenhang ergibt die grafische Darstellung des Drucks in Abhängigkeit von der Temperatur eine ansteigende Gerade, wobei  $p = 0$  bei  $T = 0$ . Aus dem idealen Gasgesetz (3) und (9) ergibt sich für die Steigung dieser linearen Beziehung:

$$\left(\frac{\delta p}{\delta T}\right)_{V,n} = p_0 \beta_0 = \frac{nR}{V} \quad (11)$$

Daraus ergibt sich der thermische Spannungskoeffizient  $\beta_0$  und die universelle Gaskonstante  $R$  kann bei bekanntem Anfangsdruck bestimmt werden  $p_0$  und eine bekannte Menge eines Stoffes  $n$ . Die beigelegte konstante Menge an Stoffen  $n$  ist gleich dem Quotienten aus Volumen  $V$  und molarem Volumen  $V_m$ .

## Auswertung (10/13): Literaturwerte

PHYWE

Die Literaturwerte für ein ideales Gas sind

$$R_{lit.} = 8,31446 \text{ Nm} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} = 8,31446 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\gamma_{0,lit.} = 3,661 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

$$\beta_{0,lit.} = 3,661 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

## Auswertung (11/13): Berechnung von $R$

PHYWE

Die im ersten Versuch gewonnenen Daten bestätigen die Gültigkeit des Gesetzes von Boyle und Mariotte.

Anhand dem Kehrwert der Steigung der linearisierten Korelation zwischen  $1/p$  und  $V$ , Kehrwert:

$(\delta p / \delta V^{-1})_{T,n} = 5 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3 = 5 \text{ J}$ , erhält man für die universelle Gaskonstante mit für  $n = 2.086 \text{ mmol}$  und  $T = 291.6 \text{ K}$ :

$$R = 8.22 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

Die Abweichung vom Literaturwert ist auf die unvermeidliche mangelnde Gasdichtheit bei zunehmender Abweichung vom Atmosphärendruck durch Kompression oder Expansion zurückzuführen, wobei der Zustand  $dn = 0$  verletzt wird und die beobachtete Steigung  $(\delta p / \delta V^{-1})_T$  im Vergleich zu dem mit einer konstanten Stoffmenge messbaren Wert vermindert ist.

## Auswertung (12/13): Berechnung von $\gamma_0$

PHYWE

Die Untersuchung des Zusammenhangs zwischen Volumen und Temperatur bei einer konstanten Gasmenge von  $n = 2.086 \text{ mmol}$  berechnet nach den Beziehungen (8) und (9), bestätigt die Gültigkeit des ersten Gay-Lussac-Gesetzes mit einer linearen Beziehung.

Aus dem Kehrwert der experimentell ermittelten Steigung  $(\delta T / \delta V)_{p,n} = 0.17 \text{ ml/K}$  und für das Ausgangsvolumen  $V_0 = 50 \text{ ml}$  erhält man folgende Werte für die universelle Gaskonstante  $R$  durch Umstellen (3) zu  $R = p_0 / n \cdot (\delta T / \delta V)_{p,n}$  mit der experimentell ermittelten Steigung  $m = 1 / (\delta T / \delta V)_{p,n}$ :

$$R_{exp} = 8.15 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \text{ und für den Wärmeausdehnungskoeffizienten } \gamma_0 \text{ aus (6):}$$

$$\gamma_{0,exp} = 3.40 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

## Auswertung (13/13): Berechnung von $\beta_0$

PHYWE

Die Untersuchung des Zusammenhangs zwischen Druck und Temperatur bei einer konstanten Gasmenge von  $V_0 = 50 \text{ ml}$ , berechnet nach den Beziehungen (8) und (9), bestätigt die Gültigkeit des Charles'schen (Amontons'schen) Gesetzes mit der im dritten Versuch nachgewiesenen linearen Beziehung.

Aus der entsprechenden Steigung  $(\delta p / \delta T)_{V,n} = 3.00 \text{ hPa/K}$  und für den Anfangsdruck  $p_0 = 101.3 \text{ kPa}$  erhält man folgende Werte für die universelle Gaskonstante  $R$  und der Koeffizient der thermischen Spannung  $\beta_0$ .

$$R_{exp} = 7.19 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\beta_{0,exp} = 2.96 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

Die Abweichung von den Literaturwerten resultiert hier primär aus der teils schwierig aber empfindlich einzuhaltenden konstanten Volumenmenge von 50 ml.



## Zusätzliche Informationen

### Zusätzliche Informationen

Das Differential aus (2) vereinfacht sich für eine bestimmte Stoffmenge ( $n = \text{konstant}$ ,  $dn = 0$ ; eingeschlossene Gasmenge in der Gasflasche) und isothermische Zustandsänderung ( $T = \text{konstant}$ ,  $dT = 0$ ) zu:

$$dV = \left(\frac{\delta V}{\delta p}\right)_{T,n} dp \quad (2.2)$$

Der partielle Differentialquotient  $(\delta V / \delta p)_{T,n}$  entspricht geometrisch der Steigung einer Tangente an die Funktion  $V = f(p)$  und charakterisiert somit die gegenseitige Abhängigkeit von Volumen und Druck. Der Grad dieser Abhängigkeit wird durch das Ausgangsvolumen  $V_0$  bestimmt. Aus (2.2) ergibt für die Volumenabhängigkeit der Kompressibilitätskoeffizient  $X_0$  in Abhängigkeit von  $V_0$  bei  $T = \text{konstant}$ :

$$X_0 = -\frac{1}{V_0} \left(\frac{\delta V}{\delta p}\right)_{T,n} \quad (12)$$

Die Bestimmung von  $X_0$  könnte experimentell über die Messung der Volumenänderung nach der Druckänderung erreicht werden.

PHYWE



# Aufgaben

## Aufgabe 1

PHYWE

Das Gesetz des idealen Gases

Wie lautet das Gesetz des idealen Gases (thermische Zustandsgleichung idealer Gase)? Ziehe die richtigen Variablen und Konstanten an die entsprechenden Positionen.

$$\boxed{\phantom{0}} \cdot \boxed{\phantom{0}} = \boxed{\phantom{0}} \cdot \boxed{\phantom{0}} \cdot \boxed{\phantom{0}}$$

Überprüfen

## Aufgabe 2

PHYWE

Kreuzen Sie an, unter welchen Bedingungen das ideale Gasgesetz gültig ist.

- Der Druck und die Temperatur müssen möglichst hoch sein.
- Zwischen den Gasteilchen dürfen keine Wechselwirkungen bestehen.
- Der Druck muss möglichst niedrig und die Temperatur muss möglichst hoch sein.
- Das Gasvolumen muss möglichst gering sein.
- Die Gasteilchen müssen punktförmig sein.

 Überprüfen

Dia

Ergebnis / Insgesamt

Dia 52: Das Gesetz des idealen Gases

0/5

Dia 53: Gültigkeit des idealen Gasgesetzes

0/3

Gesamtpunktzahl

0/8



Lösungen anzeigen



Wiederholung

29/29