

# Основные принципы ядерно-магнитного резонанса (ЯМР)



Физика

Современная физика

Квантовая физика

Химия

Аналитическая химия

Ядерный магнитный резонанс

Биология

Современные методы обработки изображений

Прикладные науки

Медицина

Нервная система

Прикладные науки

Медицина

Радиология и ультразвуковая диагностика

Магнитно-резонансная томография (МРТ)



Уровень сложности

тяжелый



Кол-во учеников

2



Время подготовки

10 Минут



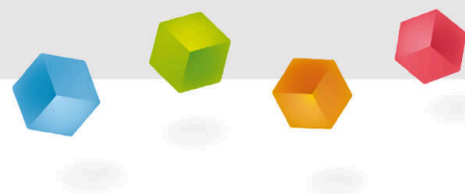
Время выполнения

45+ Минут

This content can also be found online at:


<http://localhost:1337/c/5f79ec88692dbb00031ee88f>

PHYWE



## Общая информация

### Описание

PHYWE



Установка тренировочного модуля ЯМР

Спектроскопия ядерного магнитного резонанса широко используется для определения структуры органических молекул в растворах и изучения молекулярной физики, кристаллов, а также некристаллических веществ. ЯМР-спектроскопия также регулярно используется в передовых методах медицинской визуализации, таких как магнитно-резонансная томография (МРТ).

## Дополнительная информация (1/7)

PHYWE

### предварительные знания



### Научный принцип



Соотношение выражается как  $\nu = Ue/h$ , где  $e$  - заряд электрона, а  $h$  - постоянная Планка. Этот закон иногда называют обратным фотоэлектрическим уравнением.

Основные эксперименты включают регулировку частоты системы, которая применяется перпендикулярно к магнитному полю  $\vec{B}_0$  в виде ВЧ-импульса к частоте Лармора, определение угла отклонения вектора намагничивания по длительности ВЧ-импульса, влияние количества вещества на так называемый FID-сигнал (спад свободной индукции), влияние неоднородностей специального магнитного поля, измерение спинового эхо-сигнала и процедура усреднения для максимизации соотношения сигнал-шум. Регулировка всех этих параметров необходима для получения высококачественного МР-изображения.

## Дополнительная информация (2/7)

PHYWE

### Цель обучения



Целью этих экспериментов является демонстрация и изучение фундаментальных принципов ядерного магнитного резонанса (ЯМР). Эксперименты проводятся непосредственно на учебном тренажере МРТ.

Это устройство позволяет проводить исследование малых образцов в камере для образцов. Управление прибором осуществляется с помощью поставляемого программного обеспечения.

## Дополнительная информация (3/7)

PHYWE

## Задачи

**А: Настройка частоты системы на частоту Лармора.  $\nu_L$** 

1. Изучите влияние изменения различных частот системы на сигнал FID (спад свободной индукции).
2. Рассчитайте напряженность магнитного поля постоянного магнита  $B_0$  с помощью частоты системы, настроенной на частоту Лармора (использование  $\gamma(\text{водород}) \approx 26.75 \cdot 10^7 \text{ рад/сТл}$ )
3. Изучите влияние внешних интерференционных факторов на магнитное поле  $\overline{B_0}$ . Прокомментируйте Ваши наблюдения.

## Дополнительная информация (4/7)

PHYWE

## Задачи



4. Есть ли различия между ларморовской частотой масла и воды? Прокомментируйте свои наблюдения.

5. Помните, что FID-сигнал является сложным сигналом в математическом смысле. Почему так важно учитывать действительную и мнимую часть FID-сигнала, а не только абсолютное значение?

**В: Регулировка длительности ВЧ-импульса для определения угла МР возбуждения**

1. Изучите влияние длительности ВЧ-импульса на сигнал FID (спад свободной индукции).
2. Найдите две длительности импульса, которые генерируют импульс под углом  $90^\circ$  и  $180^\circ$ .

## Дополнительная информация (5/7)

PHYWE

### Задачи



#### **С: Влияние количества вещества на FID- сигнал.**

1. Изучите влияние количества вещества на амплитуду сигнала.
2. Изучите влияние времени повторения, то есть времени между двумя последовательными измерениями, на амплитуду сигнала FID и объясните, почему время повторения не менее 5 секунд важно для определения амплитуды сигнала в случае водопроводной воды. Почему в случае масла нет необходимости в таком продолжительном повторении?

#### **Д: Минимизация неоднородностей магнитного поля**

1. Изучить влияние дополнительного магнитного поля (прокладки) на амплитуду сигнала FID.
2. Отрегулируйте регулировочную прокладку во всех трех пространственных направлениях, чтобы получить как можно более длинный FID-сигнал.

## Дополнительная информация (6/7)

PHYWE

### Задачи



#### **Е: Восстановление расслабленного сигнала FID через спиновое эхо**

1. Изучите влияние второго ВЧ-импульса на принимаемый сигнал. Отрегулируйте длительность второго импульса до значения, при котором ядерные спины будут перевернуты на 180 ° (оптимальный сигнал спинового эха).
2. Изучите влияние длительности первого импульса на FID-сигнал (см. В), а также на сигнал спинового эха.
3. Изучите влияние момента времени второго ВЧ-импульса на сигнал спинового эха (время эха). Проанализируйте амплитуду спинового эха в разное время эха.
4. Наблюдайте за измерительным сигналом в момент второго ВЧ-импульса, одновременно изменяя длительность первого ВЧ-импульса.

## Дополнительная информация (7/7)

PHYWE

### Задачи



#### F: Максимизация соотношения сигнал-шум

1. Изучите влияние времени повторения, т.е. времени между двумя последовательными измерениями, и количества усреднений на сигнал FID.
2. Постарайтесь как можно быстрее добиться хорошего соотношения сигнал/шум.

## Инструкции по технике безопасности

PHYWE



Перед запуском установки внимательно прочтите прилагаемую инструкцию по эксплуатации. Убедитесь, что все инструкции по технике безопасности, перечисленные в инструкции по эксплуатации, строго выполняются при запуске устройства.

Используйте устройство только по назначению.

Беременные женщины, а также люди с кардиостимуляторами должны находиться на расстоянии не менее 1 м от магнита.

## Теория (1/35)

PHYWE

Сегодня МРТ (магнитно-резонансная томография) является фундаментальным методом визуализации, который очень часто используется. МРТ-сканеры могут отображать структуры и функции тканей и органов тела неинвазивным способом. Именно поэтому его основной областью применения является клиническая диагностика. Однако этот метод также может быть использован для химического анализа смесей. Все виды методов МРТ основаны на ядерном магнитном резонансе (ЯМР). Ядерный спин является мерой полного углового момента атомного ядра и, таким образом, имеет чисто квантово-механическую природу (см. Рис. 11).

Основными компонентами атомного ядра являются протоны и нейтроны (нуклоны). Как фермионы, они обладают ядерным спином  $\frac{1}{2}$ . Из этого следует, что ядерный спин  $I$  является общим целым числом, если число нуклонов четное (например  $I({}^{14}_7\text{N}) = 1$ ) и полуцелым числом, если число нуклонов нечетное (например, (например  $I({}^{15}_7\text{N}) = \frac{1}{2}$ ).

## Теория (2/35)

PHYWE

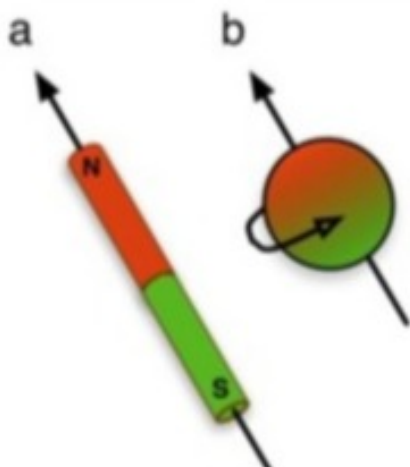


рис. 11

Два протона или два нейтрона образуют пары с антипараллельным спином (см. рис. 12). В основном состоянии это расположение приводит к ядерному спину.  $I = 0$  (парные элементарные частицы, принцип исключения Паули).  ${}^{12}_6\text{C}$  или  ${}^{16}_8\text{O}$  например, не имеют ядерного спина.

Тем не менее, в случае элемента  ${}^{14}_7\text{N}$  нейтрон и протон существуют в непарном состоянии, и в результате ядерный спин равен  $I = 1$  (см. рис. 12). Из-за квантово-механического расщепления энергии ядерный спин  $I$  может принимать значения между 0 и  $\frac{15}{2}$ . Например, выполняется следующее:  $I({}^1_1\text{H}) = \frac{1}{2}$ ,  $I({}^{13}_6\text{C}) = \frac{1}{2}$ ,  $I({}^{17}_8\text{O}) = \frac{3}{2}$ ,  $I({}^{19}_9\text{F}) = \frac{1}{2}$  и  $I({}^{31}_{15}\text{P}) = \frac{1}{2}$ .

## Теория (3/35)

PHYWE

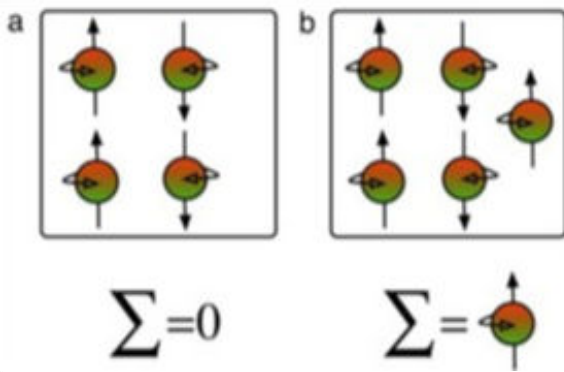


рис. 12

В соответствии с принципом исключения Паули атомные ядра элементов с четным числом протонов и нейтронов не имеют результирующего ядерного спина (а) и, следовательно, магнитного момента.

Атомные ядра с нечетным числом ядерных частиц имеют результирующий ядерный спин и магнитный момент (б).

## Теория (4/35)

PHYWE

Благодаря собственному угловому моменту атомные ядра с ядерным спином обладают магнитным моментом  $\vec{\mu}$  (см. рис. 11). Поэтому они выстраиваются во внешнем статическом магнитном поле  $\vec{B}_0$ . Однако, в отличие от обычных "стержневых магнитов", они делают это параллельно и антипараллельно на основе квантования энергии. Разница в энергии между двумя состояниями равна

$$\Delta E = \hbar \omega_L \quad (1)$$

Слегка различные энергетические состояния в тепловом равновесии заняты не одинаково. В соответствии с распределением Больцмана применяется следующее:

$$\frac{N_{\downarrow}}{N_{\uparrow}} = \exp\left(\frac{-\hbar \omega_L}{kT}\right) \approx 1 - \frac{\hbar \omega_L}{kT} \quad (2)$$



## Теория (5/35)

PHYWE

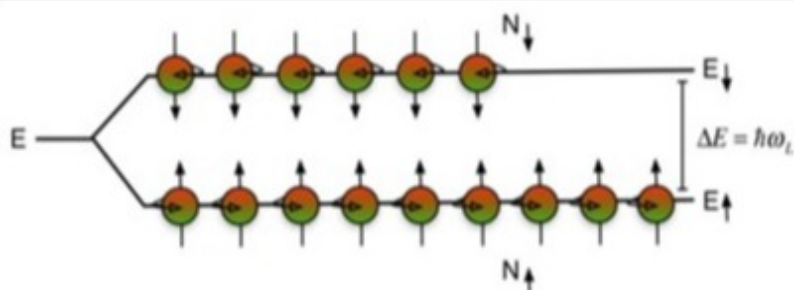


рис. 13

Энергетическое расщепление ядерных спинов в магнитном поле. Параллельная ( $N \uparrow$ ) и антипараллельная ( $N \downarrow$ ) ориентации спина соответствуют двум различным энергетическим состояниям. Разность энергий этих состояний равна  $\hbar\omega_L$ .

Состояние с более низкой энергией занято немного больше, чем состояние с более высокой энергией ( $N \uparrow > N \downarrow$ ). Это приводит к "спиновому избытку" параллельных ориентаций спинов и эффективному намагничиванию в направлении внешнего магнитного поля.

## Теория (6/35)

PHYWE

Следовательно, немного предпочтительнее параллельный спин  $N \uparrow$ . В среднем по ансамблю (ансамбль = все ядерные спины) это приводит к макроскопической эффективной намагниченности в направлении магнитного поля  $\vec{B}_0$  (продольная намагниченность  $\vec{M}_{L0}$ ). Тот факт, что эффективная намагниченность действительно может быть измерена, объясняется большим количеством протонов водорода, например, в объеме, который должен быть проанализирован. Среди  $10^6$  протонов на 1 Тл, на низшеэнергетическом состоянии имеется избыток только примерно 6 протонов. Тем не менее, один кубический миллиметр воды включает в себя приблизительно  $6.7 \cdot 10^{19}$  протонов водорода и, таким образом, имеет также избыток приблизительно  $400 \cdot 10^{12}$  протонов в состоянии с более низкой энергией по сравнению с состоянием с более высокой энергией. Намагниченность  $\vec{M}_{L0}(t)$ , вызванная этими избыточными ядерными спинами, прецессирует вокруг вектора статического магнитного поля  $\vec{B}_0$  со специфической для ядра частотой, зависящей от напряженности магнитного поля. Эта частота является так называемой частотой Лармора  $\nu_L$  (см. рис. 14). При этом:

## Теория (7/35)

PHYWE

$$\nu_L = \frac{\omega_L}{2\pi} = \frac{\gamma}{2\pi} B_0 \quad (3)$$

Движение прецессии описывается уравнением Ландау-Лифшица

$$\frac{d}{dt} \overrightarrow{M_{L0}}(t) = 2\pi \cdot \overrightarrow{\nu_L} \times \overrightarrow{M_{L0}}(t) \quad (4)$$

при  $\overrightarrow{\nu_L} \parallel \overrightarrow{B_0}$  (см. Рис. 14).

Важно, что в основном состоянии все ядерные спины прецессируют вне фазы, т.е. их действие в плоскости, перпендикулярной к  $\overrightarrow{B_0}$  равно нулю (см. рис. 15).

## Теория (8/35)

PHYWE

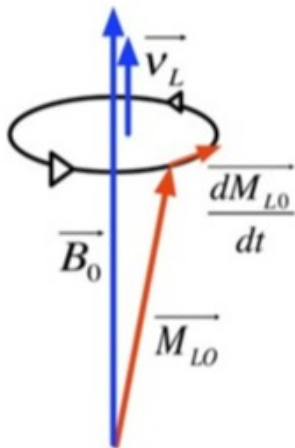


Рис. 14

Рис. 14: Векторное представление прецессии вектора намагниченности вокруг внешнего магнитного поля. Динамическое прецессионное движение описывается уравнением Ландау-Лифшица.

## Теория (9/35)

PHYWE

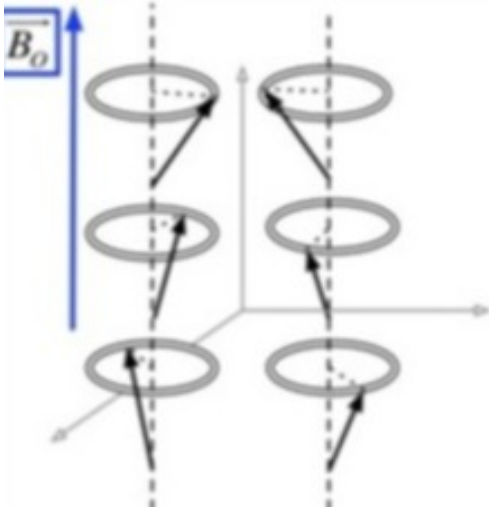


Рис. 15

Рис. 15: Прецессионное движение всех спинов вокруг внешнего магнитного поля. Отдельные спины прецессируют вне фазы и, следовательно, не оказывают никакого эффекта перпендикулярно магнитному полю.

## Теория (10/35)

PHYWE

После подачи ВЧ-импульса (высокой частоты) через ВЧ-катушку, перпендикулярную статическому магнитному полю  $\vec{B}_0$ , ядерные спины переворачиваются именно в тот момент, когда выполняется условие резонанса (3), т.е. когда частота ВЧ-импульса (частота системы) соответствует ларморовской частоте  $\nu_L$  анализируемых ядер (обычно протонов водорода). Это очевидно, так как переменный ток в ВЧ-катушке создает колеблющееся магнитное поле  $\vec{B}_1(t)$  перпендикулярное  $\vec{B}_0$ . Каждое колеблющееся магнитное поле можно описать как образованное двумя компонентами поля, вращающимися в противоположных направлениях.

Компонент поля, который вращается напротив частоты Лармора.  $\nu_L$  не влияет на магнитный момент  $\vec{\mu}$ . Вызванные ВЧ-импульсом ядерные спины воспринимают магнитное поле  $\vec{B}_1(t)$  которое вращается синхронно с их частотой прецессии, то есть с ларморовской частотой  $\nu_L$ .

## Теория (11/35)

PHYWE

Это означает, что во время ВЧ-импульса существуют два магнитных поля: статическое магнитное поле  $\vec{B}_0$  и вращающееся магнитное поле  $\vec{B}_1(t)$ . Для того, чтобы более подробно понять влияние этих магнитных полей, мы используем систему координат, которая вращается совместно с  $\vec{B}_1(t)$ .

Выберем систему координат, в которой статическое магнитное поле  $\vec{B}_0$  указывает в направлении  $z$ , а магнитное поле  $\vec{B}_1(t)$ , которое вращается вокруг точек оси  $z$  в направлении  $x'$  (см. рис. 16). В соответствии с этими условиями система координат  $x' - y' - z$  вращается вокруг оси  $z$  с частотой ВЧ импульса (частота системы).

Если ядерные спины также вращаются вокруг оси  $z$  с частотой системы, т.е. если частота системы равна частоте Лармора  $\nu_L$  (условие резонанса), эффективная ось магнитного поля  $\vec{B}_1(t)$  оказывается статичной.

## Теория (12/35)

PHYWE

Ядерные спины также прецессируют вокруг этой новой эффективной оси, что приводит к отклонению вектора намагниченности и, таким образом, к намагничиванию в  $x' - y'$  плоскости. В результате вектор намагниченности  $\vec{M}_\varphi(t)$  отклонённый на угол  $\varphi$  вращается вокруг оси  $z$  с частотой Лармора  $\nu_L$  в системе координат  $x - y - z$  (см. рис. 16). Угол  $\varphi$  определяется амплитудой импульса и длительностью ВЧ-импульса.

Независимо от используемой системы координат  $\vec{M}_\varphi(t)$ , применяется следующее уравнение движения:

$$\frac{d}{dt} \vec{M}_\varphi(t) = 2\pi \cdot \vec{\nu}_{eff} \times \vec{M}_\varphi(t) \quad (5)$$

## Теория (13/35)

PHYWE

$\vec{\nu}_{eff}$  задается напряженностью ВЧ частотного поля и отклонением от ларморовской частоты  $\vec{\nu}_L$  в системе координат  $x' - y' - z$  (см. Рис. 17).

При этом:

$$\vec{\nu}_{eff} = \nu_1 \vec{e}_x' + (\nu_L - \nu) \vec{e}_z = -\frac{y}{2\pi} B_1 \vec{e}_x' + (\nu_L - \nu) \vec{e}_z \quad (6)$$

если

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{\nu_1}{\nu_L - \nu} \text{ and } \nu_{eff} = \sqrt{((\nu_L - \nu)^2 + \nu_1^2)} \quad (7)$$

## Теория (14/35)

PHYWE

$\vec{M}_\varphi(t)$  можно разделить на составляющую, параллельную статическому магнитному полю  $\vec{B}_0$  (продольная намагниченность  $\vec{M}_L(t)$ ) и в перпендикулярную составляющую (поперечная намагниченность  $\vec{M}_Q(t)$ ) которая вращается в плоскости, перпендикулярной  $\vec{B}_0$  с ларморовской частотой  $\nu_L$ .

## Теория (15/35)

PHYWE

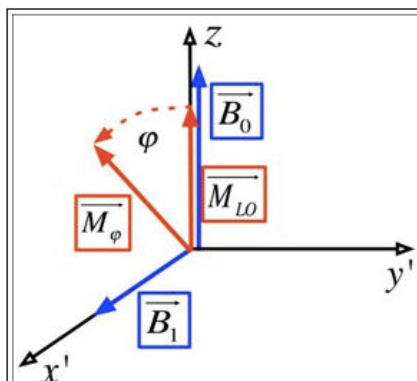


Рис. 16. Отклонение намагниченности от направления  $z$  во вращающейся системе координат  $x'-y'-z$ . Во всегда действует в  $z$ -направлении, в то время как магнитное поле  $B_1$ , создаваемое посредством ВЧ-импульса, всегда указывает в  $x'$ -направлении.

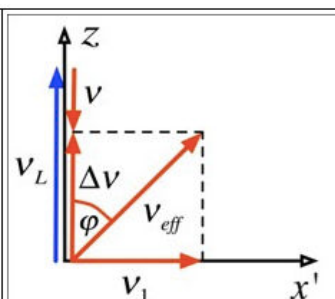


Рис. 17. Разрешение частот в системе совместного вращения координат

## Теория (16/35)

PHYWE

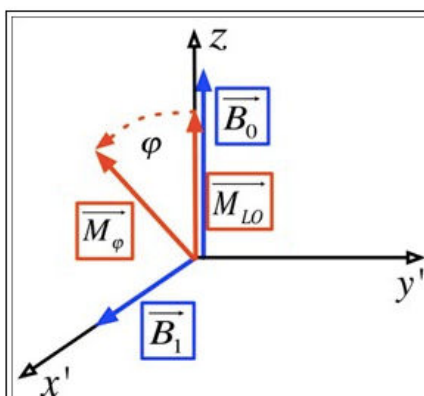


Рис. 16. Отклонение намагниченности от направления  $z$  во вращающейся системе координат  $x'-y'-z$ . Во всегда действует в  $z$ -направлении, в то время как магнитное поле  $B_1$ , создаваемое посредством ВЧ-импульса, всегда указывает в  $x'$ -направлении.

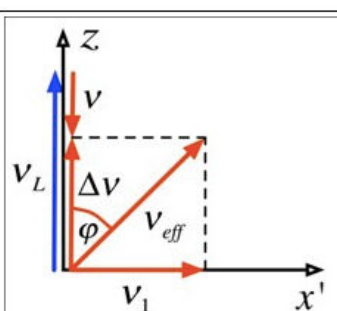


Рис. 17. Разрешение частот в системе совместного вращения координат

## Теория (17/35)

PHYWE

Как следствие, действует следующее:

$$\overrightarrow{M_\varphi(t)} = \overrightarrow{M_L(t)} + \overrightarrow{M_Q(t)} \quad (8)$$

Импульс  $90^\circ$  синхронизирует фазы вращения, что приводит к полной намагниченности в поперечном направлении. ( $|\overrightarrow{M_Q(0)}| = |\overrightarrow{M_{L0}}|$ ;  $|\overrightarrow{M_L(0)}| = 0$ ) (см. рис. 18 и 20). Поперечные намагничивания действуют как вращающиеся магниты и в соответствии с законом индукции индуцируют переменное напряжение в катушке. Следует также отметить, что изменение этого напряжения во времени является МР-сигналом, который необходимо изучить. В качестве приемной катушки используется та же катушка, на которую уже подан ВЧ сигнал (катушка передатчика / приемника).

Импульс  $180^\circ$  передает столько энергии избыточным спинам  $N \uparrow$ , что они переходят из состояния с более низкой энергией в состояние с более высокой энергией.

## Теория (18/35)

PHYWE

В результате получается полная инверсия намагниченности, то есть намагничивание, антипараллельное исходному вектору статического магнитного поля  $\overrightarrow{B_0}$  ( $|\overrightarrow{M_Q(0)}| = 0$ ;  $\overrightarrow{M_L(0)} = \overrightarrow{M_{L0}}$ ) (см. рис. 19 и 21). В этом случае намагниченность в плоскости приемной катушки отсутствует. Это означает, что вектор намагниченности, прецессирующий вокруг  $\overrightarrow{B_0}$  и имеющий противоположную ориентацию, больше не может индуцировать напряжение, и амплитуды МР-сигнала уменьшаются до нуля.

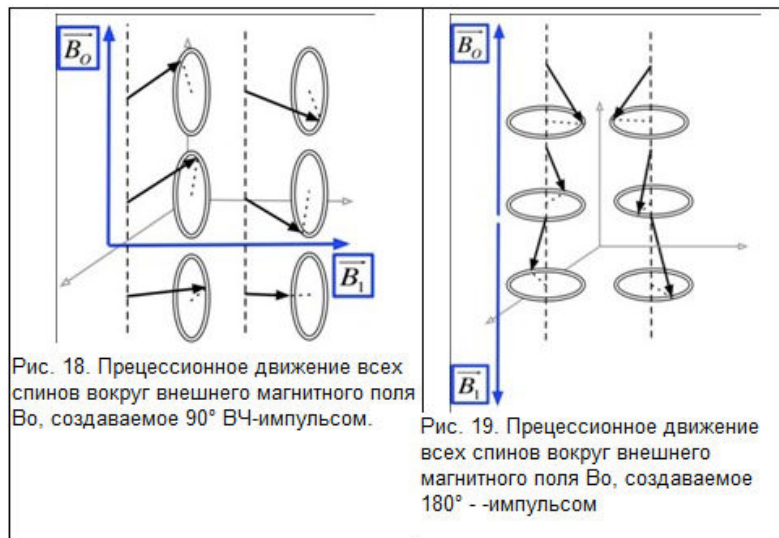
Большой угол отклонения снова даст сигнал. Для начальной амплитуды после ВЧ-импульса возбуждения применяется следующее соотношение:

$$A(\tau) = A_{max} \sin(\gamma \cdot B_1 \cdot \tau) \quad (9)$$

если  $\gamma$  - гиромагнитное соотношение частиц и  $\tau$  - продолжительность ВЧ-импульса возбуждения.

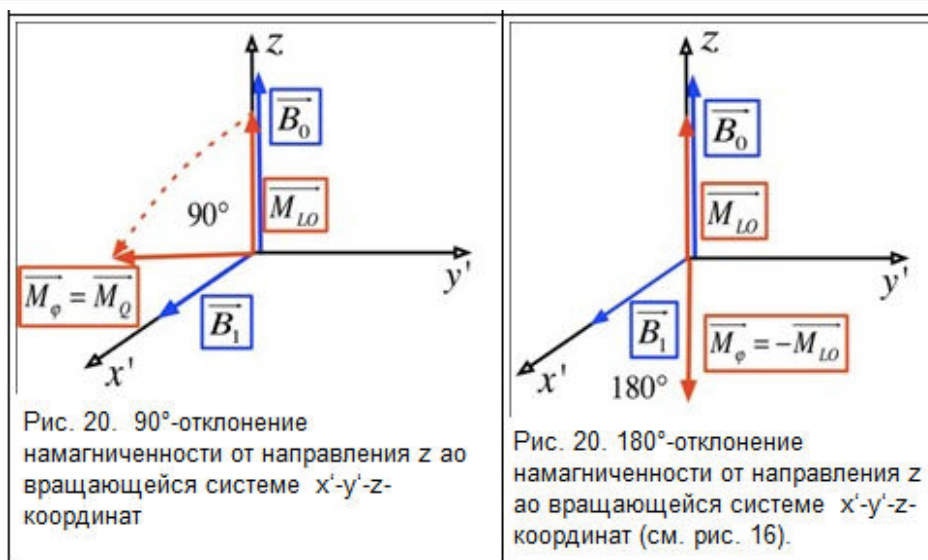
## Теория (19/35)

PHYWE



## Теория (20/35)

PHYWE





## Теория (21/35)

PHYWE

Чем больше вращающий магнитный момент  $\vec{\mu}$  и чем выше частота вращения, тем выше МР- сигнал, который генерируется, например, с помощью импульса точного  $90^\circ$ . Оба они пропорциональны статическому магнитному полю  $\vec{B}_0$  так что для хорошего соотношения сигнал/шум используется как можно более сильное магнитное поле (стандартное магнитное поле для клинической визуализации составляет от 0,2 Тл до 3 Тл, для биомедицинских исследований - от 1,5 Тл до 7 Тл, а для спектроскопии высокого разрешения - от 7 Тл до 21 Тл).

Для получения сильного МР-сигнала также важно поддерживать как можно более постоянное внешнее магнитное поле с течением времени. Даже незначительные изменения напряженности магнитного поля автоматически приведут к изменению условия резонанса (3), и частота системы, настроенная на частоту Лармора, потеряет свой полный потенциал отклонения. Отклонение спина может происходить только в тех местах, где выполняется условие резонанса при приложении ВЧ импульса. Это отклонение спина в конечном итоге приводит к поперечной намагниченности и, следовательно, к МР-сигналу.

## Теория (22/35)

PHYWE

И последнее, но не менее важное, МР-сигнал, конечно, также зависит от самого образца. Если мы посмотрим на МР-сигнал протонов водорода, то увидим, что при более высокой плотности протона также увеличивается число возбуждаемых ядерных спинов и, следовательно, сила МР-сигнала увеличивается в условиях резонанса (3).

После каждой интерференции спинового ансамбля, вызванной ВЧ-импульсом, спины стремятся вернуться в свое энергетическое состояние равновесия (релаксации) в статическом внешнем магнитном поле. Во время этого процесса поперечная намагниченность спадает быстрее, чем первоначальное продольное намагничивание снова может накапливаться. Экспоненциальное восстановление продольной намагниченности  $\vec{M}_L(t)$  характеризуется временем релаксации  $T_1$ , а экспоненциальное затухание поперечной намагниченности  $\vec{M}_Q(t)$  характеризуется временем релаксации  $T_2$ .

## Теория (23/35)

PHYWE

При этом:

$$M_L(t) = M_{L0}(1 - ce^{-t/T_1}) \quad (10)$$

$$M_Q(t) = M_Q(0)e^{-t/T_2} \quad (11)$$

где  $M_{L0}$  - сила начального продольного намагничивания, постоянная  $c$  - состояние ансамбля спина в начале релаксации ( $c = 1$  : насыщение,  $c = 2$  : инверсия) и  $M_Q(0)$  сила поперечного намагничивания непосредственно после ВЧ-импульса, который был приложен с ларморовской частотой. Экспоненциально убывающая поперечная намагниченность - это фактический MR-сигнал, который можно обнаружить с помощью приемных катушек. Этот сигнал называется FID-сигналом (спад свободной индукции) (см. рис. 23).

## Теория (24/35)

PHYWE

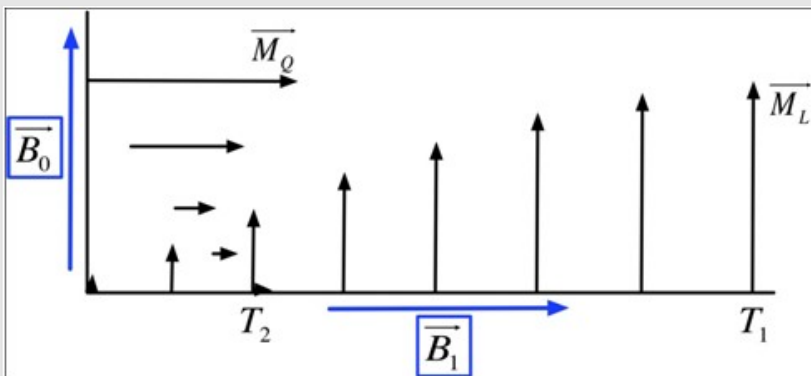


рис. 22

Рис. 22: Продольная и поперечная релаксация после ВЧ-импульса под углом  $90^\circ$ . Поперечная намагниченность затухает быстрее, чем нарастает продольная ( $T_2$ ).

## Теория (25/35)

PHYWE

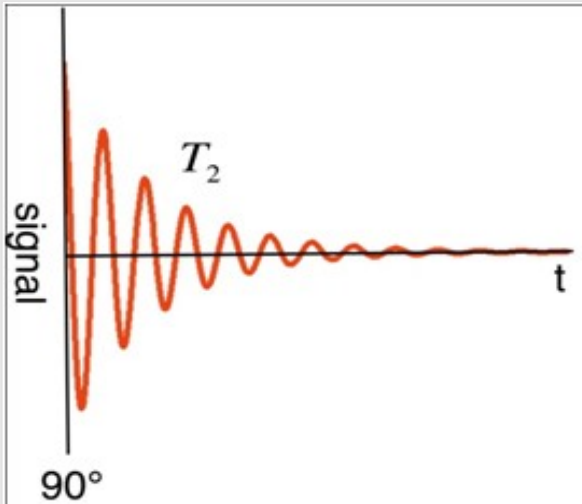


рис. 23

Рис. 23: FID- сигнал после ВЧ-импульса  $90^\circ$ . Сигнал затухает с характерным временем релаксации  $T_2$ , которое основано на локальных, зависящих от времени неоднородностях поля (спин-спиновые взаимодействия, спин-решеточные взаимодействия). Дополнительные неоднородности поля, постоянные во времени и пространстве, в конечном итоге приводят к реальному измеряемому времени релаксации  $T_2^*$ , которое даже намного меньше, чем  $T_2$ , (см. ниже).

## Теория (26/35)

PHYWE

Динамическое движение вектора поперечной намагниченности  $\vec{M}_Q(t)$  во время релаксации сигнала FID фактически описывает экспоненциально затухающие колебания. Если частота возбуждения ВЧ-импульса (частота системы), генерируемая катушкой передатчика / приемника, используется в качестве эталона, колебания сигнала FID указывают на разницу между частотой Лармора и частотой системы.

Если они маленькие, это означает, что частота системы идеально настроена на частоту Лармора в соответствии с условием резонанса (3). Вот почему для точной настройки частоты системы на частоту Лармора совершенно необходимо отдельное рассмотрение действительной и мнимой частей сигнала. Это единственный способ сделать действительно видимыми колебания сигнала FID.

## Теория (27/35)

PHYWE

Фактическое динамическое движение вектора полной намагниченности  $\vec{M}_\varphi(t)$  после ВЧ-импульса (без отдельного рассмотрения продольной и поперечной релаксации) с учетом ларморовской прецессии и релаксации происходит по трехмерной спиральной траектории. Чем больше эта спиральная траектория поворачивается из плоскости отклонения, тем больше она приближается к вектору статического магнитного поля  $\vec{B}_0$ .

Соответствующее точное уравнение движения можно найти в литературе (уравнение Ландау-Лифшица, уравнение Блоха). В конце концов, вектор полной намагниченности  $\vec{M}_\varphi(t)$  снова прецессирует вокруг  $\vec{B}_0$  с частотой Лармора  $\nu_L$  и уравнение Ландау-Лифшица (4) применяется к  $\vec{M}_\varphi(t) = \vec{M}_{L0}(t)$ .

## Теория (28/35)

PHYWE

Тот факт, что  $T_2$  обычно меньше, чем  $T_1$ , основан на различных механизмах взаимодействия. Ядра (например, протоны водорода), спин которых описывает эффективное намагничивание, воспринимают локально флуктуирующие магнитные поля, основанные на движениях молекул. Эти магнитные поля накладываются на внешнее магнитное поле. В случае определенного положения и колебания они могут привести к естественному "перевороту спина (вращения)". Вероятность и скорость этих "переворотов спина ядер" зависят от окружающего вещества, что приводит к различным релаксациям  $T_1$  в разных средах. Поскольку ядро передает энергию своему в окружающую среду (часто называемую решеткой) во время продольной релаксации, то процесс  $T_1$  также называют "спин-решеточной релаксацией". Релаксация  $T_2$  также основана на спин-решеточном взаимодействии.

Однако потеря когерентности между вращающимися спинами и, как следствие, расфазировка также приводят к дополнительному взаимодействию, так называемому "спин-спиновому взаимодействию". Каждый переворот спина автоматически приводит к минимальному локальному изменению магнитного поля. Это изменение ощущается соседними спинами и сдвигом их частот прецессии ( $\sim 40\text{кГц}$ ).

## Теория (29/35)

PHYWE

В результате ядра в образце прецессируют в разных местах с разными частотами и, таким образом, также индуцируют сигнальные напряжения с разными частотами в приемной катушке. Наблюдаемый сигнал представляет собой наложение всех этих отдельных сигналов. Этот дефазированный общий сигнал очень быстро затухает, и поперечная намагниченность спинового ансамбля исчезает даже до того, как продольная намагниченность восстановится. Следовательно, локальные неоднородности поля определяют длительность FID-сигнала.

В следующих разделах мы более подробно рассмотрим важную величину в МР-технологии, сигнал FID, то есть временной ход затухания поперечной намагниченности. Мы уже объясняли, что FID-сигнал отражает временной ход напряжения, индуцируемого в катушке передатчика / приемника, расположенной перпендикулярно внешнему магнитному полю. Это особенно заметно, когда большое количество спинов ядер отклоняется синхронно по фазе в направлении, перпендикулярном внешнему магнитному полю. Из-за спин-спинового взаимодействия он распадается намного быстрее, чем может восстановиться продольная намагниченность.

## Теория (30/35)

PHYWE

Спин-спиновые взаимодействия - это локальные, зависящие от времени неоднородности поля, которые приводят к очень быстрой дефазировке ансамбля спинов ядер. Эти неоднородности поля невозможно избежать, поэтому длительность измеряемого FID-сигнала сильно ограничена.

Существуют также чисто статические неоднородности поля, постоянные во времени и пространстве. В основном это локальные вариации поля, вызванные, например, телом пациента, а также техническими неоднородностями магнита. Эти изменения магнитного поля также способствуют разветвлению ядерных спинов. В результате ансамбль ядерных спинов деформируется в течение времени  $T_2^*$  и, следовательно, даже быстрее, чем время релаксации  $T_2$  ( $T_2^* < T_2 < T_1$ ). Однако можно частично компенсировать постоянные во времени и пространстве неоднородности поля и тем самым искусственно увеличить длительность сигнала FID  $T_2^*$ . Например, чтобы повысить однородность статического магнитного поля, на него часто накладывается магнитное поле, создаваемое электрическими катушками. Это магнитное поле является так называемой "прокладкой магнитного поля".

## Теория (31/35)

PHYWE

Кроме того, фазовая когерентность спинов не нарушается необратимо в течение времени  $T_2^*$  поскольку процесс дефазировки следует четко определенному шаблону в случае постоянных во времени и пространстве неоднородностей поля. Мы можем обратить влияние неоднородностей поля с помощью своего рода уловки.

Сразу после  $90^\circ$  импульса ядерные спины синхронно прецессируют в плоскости, перпендикулярной статическому магнитному полю  $\vec{B}_0$ . Однако спины расходятся относительно систематическим образом, основываясь на временных и пространственно постоянных изменениях поля, т.е. спин 1 прецессирует с максимальной скоростью в то время как спин  $n$  прецессирует с минимальной скоростью. В результате получается четко определенная последовательность фаз. Спин 1 всегда первый, а спин  $n$  всегда последний при вращательном движении вокруг  $\vec{B}_0$  (см. рис. 24). Если затем, через некоторое время  $T_S$  команда реверсирования дается в виде импульса  $180^\circ$ , т.е. если весь разветвленный спин перевернут на  $180^\circ$  (сравните "перевернутый омлет"), то спин 1 будет внезапно последним спином, а спин  $n$  - первым при вращательном движении вокруг  $\vec{B}_0$ .

## Теория (32/35)

PHYWE

Тем не менее, поскольку спин 1 вращается быстрее, он догоняет спин  $n$  через промежуток времени  $2 \cdot T_S$ . Именно в этот момент восстанавливается начальная фазовая синхронность спинового ансамбля. Восстановленный МР-сигнал называется спин-эхом (см. рис. 24). Спин-эхо можно представить себе как бегунов на гоночной трассе. По истечении времени  $T_S$  бегунам приказывают изменить свое направление, сохраняя при этом их первоначальную скорость. По истечении времени  $2 \cdot T_S$  все бегуны снова встретятся на линии старта.

Сигнал спинового эха возрастает до момента времени  $2 \cdot T_S$ , поскольку все ядерные спины прецессируют все более синхронно по фазе вокруг  $\vec{B}_0$  и, таким образом, в меньшей степени устраняются усреднением. Он достигает своего максимума именно во время  $2 \cdot T_S$  так как достигается полная фазовая синхронность, прежде чем она затем уменьшается через промежуток времени  $2 \cdot T_S$  таким же образом, как он увеличивался до этого. После этого ансамбль спинов снова расширяется. Время  $2 \cdot T_S$  также называется временем эхо-сигнала  $T_E$  (см. рис. 25).

## Теория (33/35)

PHYWE

Сам сигнал спинового эха уменьшается с увеличением  $T_2^*$ , а его амплитуда уменьшается с увеличением  $T_2$  (см. рис. 25). Это ясно, поскольку дефазировку нельзя обратить вспять из-за спин-спиновых взаимодействий, описанных выше. Следовательно, приложение  $180^\circ$  импульса приводит к генерации детектируемого спинового эха только во время межд  $T_2^*$  и  $T_2$ . Остается вопрос, почему запись и оценка спинового эхо-сигнала настолько выгодна по сравнению с записью и оценкой FID-сигнала, который уменьшается с помощью  $T_2^*$  и генерируется сразу же после  $90^\circ$  ВЧ-импульса.

Это просто является результатом того факта, что мощность FID-сигнала трудно измерить, поскольку он появляется внезапно и, следовательно, не дает абсолютно достоверной информации о том, начался ли уже процесс релаксации. Поскольку максимум спинового эха-сигнала можно легко идентифицировать, этой неопределенности можно избежать.

## Теория (34/35)

PHYWE

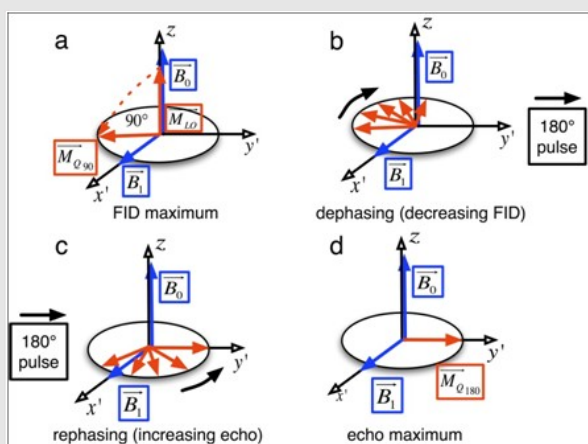


рис. 24

Рис. 24: Восстановление ослабленного FID-сигнала через спиновое эхо, которое переворачивает отдельные спины ядер на  $180^\circ$  ("перевернутый омлет"). Представление системы координат  $x'$ - $y'$ - $z$ . (a) Все ядерные спины находятся в фазе и отклонены на  $90^\circ$  от начальной прецессии около ( $B_0$ ). Здесь FID-сигнал максимален. (b) Из-за статических неоднородностей поля спины выходят из фазы. Результирующий FID-сигнал уменьшается. (c)  $180^\circ$ -импульс после времени  $T_S$  инвертирует все положения фаз. Ядерные спины все больше возвращаются в фазу, пока сигнал не будет снова измерен. (d) Все ядерные спины снова в фазе. После времени эха  $T_E = 2T_S$ , амплитуда эхо-сигнала максимальна.

## Теория (35/35)

PHYWE

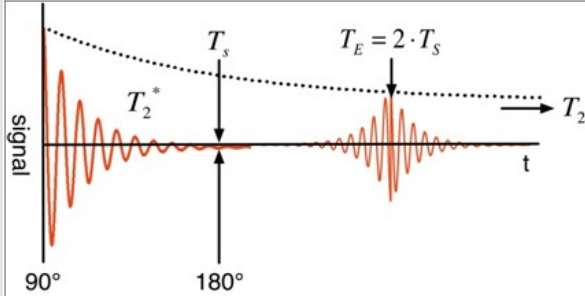


рис. 25

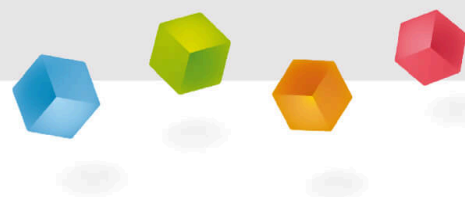
Рис. 25: Сигнал спинового эха. FID- сигнал , который ослабился за это время  $T_2^*$  не исчез полностью. Его можно восстановить с помощью 180°- импульса после времени  $T_s$ . Результирующий сигнал спинового эха достигает максимума по истечении времени  $T_E = 2T_s$ . Точно в этот момент все ядерные спины снова прецессируют синхронно по фазе в плоскости, перпендикулярной ( $B_0$ ). Амплитуда восстановленного сигнала спинового эха уменьшается с увеличением с  $T_2$ . В основе этого лежит необратимая "дефазировка" из-за спин-спиновой взаимодействия.



## Оборудование

Позиция	Материал	Пункт No.	Количество
1	Компактный магнитно -резонансный томограф, МРТ.	09500-99	1

PHYWE



## Подготовка и выполнение работы

### Подготовка (1/3)

PHYWE

Настройте МР-устройство, как показано на рис. 1. Убедитесь, что установка используется в сухом и защищенном от пыли помещении и не подвержена вибрации. Доступ к сетевому выключателю и штепсельному разъему блока должен быть свободным. Убедитесь, что вентиляционные отверстия не заблокированы и не закрыты. Соблюдайте достаточное безопасное расстояние от другого технического оборудования и носителей информации, так как на их работу могут оказывать влияние сильные магниты. Удалите все металлические предметы, находящиеся в непосредственной близости от устройства.

Убедитесь, что переключатель POWER на блоке управления выключен (см. Рис. 3).

Подключите блок управления через разъем питания (12 В постоянного тока, 2 А) к источнику питания. Обязательно используйте источник питания, предназначенный для этой цели (см. Рис. 3).

## Подготовка (2/3)

PHYWE



Рис.2: Подключение магнита и блока управления



Рис.3: Соединения на задней панели блока управления

## Подготовка (3/3)

PHYWE

Соедините блок управления и магнит с помощью градиентного кабеля и кабеля BNC, предназначенного для этой цели (см. рис. 2). Затем подключите USB-интерфейсы блока управления и измерительного компьютера с помощью высокоскоростного кабеля USB 2.0 (см. рис. 3). Включите прибор с помощью тумблера POWER (прибор MR следует включать только для проведения экспериментов). При первом запуске устройства операционная система компьютера распознает блок управления. Затем установите драйвер устройства и программное обеспечение для измерений (см. Инструкции по установке). Запустите программу "Измерение MPT".

### Примечание:

Подробную информацию о работе МР-блока, а также о работе с образцами в камере для МР-образцов можно найти в соответствующих инструкциях по эксплуатации

## Выполнение работы (1/12)

PHYWE

При запуске программы "Измерение MRT" автоматически открывается окно, как показано на рис. 4. В области 1 можно выбрать эксперименты (область экспериментов). Соответствующие параметры отображаются в области 2 (область параметров). В области 3 отображается последовательность отображения выбранного эксперимента (область последовательностей). Наконец, результаты отображаются в области 4 (область результатов). Все эти области можно расположить в окне как угодно. Индивидуальное расположение может быть сохранено для будущих измерений через с помощью программы "Настройка".

### Примечание:

Поскольку условия эксперимента могут меняться со временем (например, небольшие колебания магнитного поля), может быть полезно повторить определенный эксперимент, чтобы заново настроить соответствующие параметры. Последняя настройка параметров будет сохранена.

## Выполнение работы (2/12)

PHYWE

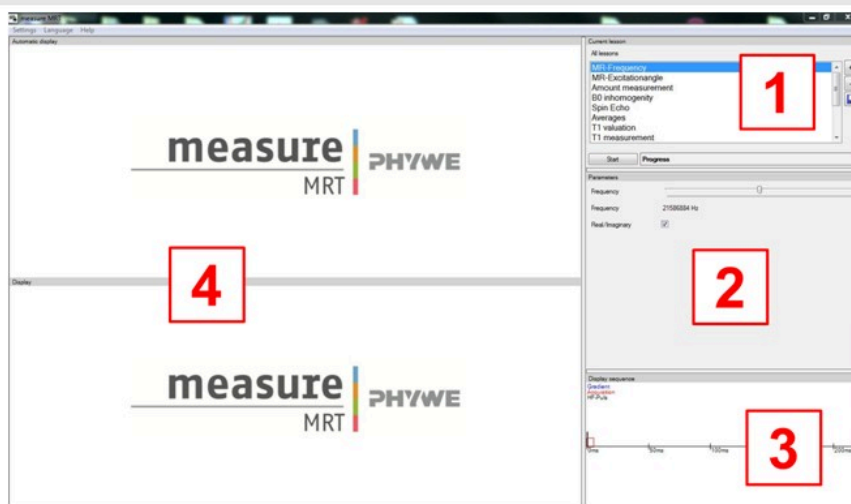


Рис. 4: Области программы «Измерение MRT»

## Выполнение работы (3/12)

PHYWE

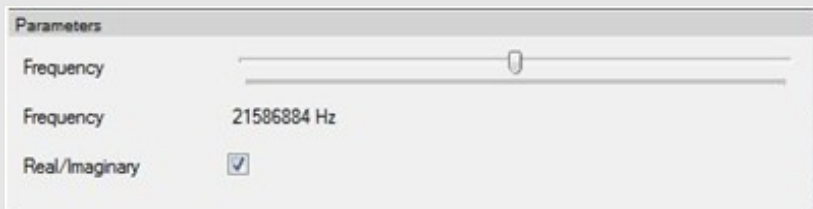


Рис. 5: Частота МР - параметры

### А: Настройка частоты системы на частоту Лармора.

1. Поместите образец масла толщиной 10 мм в пробоотборную камеру прибора. В области экспериментов (уроки) выберите урок с названием "Частота МР". В области параметров отобразятся параметры настройки "Частота" и "Действительный / Мнимый" (см. Рис. 5). Измените частоту системы МР-блока с помощью ползунка "Частота".

## Выполнение работы (4/12)

PHYWE

2. Настройте значение частоты системы, обеспечивающее максимальный FID-сигнал. Продолжайте изменять частоту до тех пор, пока сигнал не будет показывать только несколько колебаний или вообще не будет показывать никаких колебаний (тонкая настройка). Найденная таким образом частота системы соответствует частоте Лармора протонов водорода.

3. Пока идет измерение, поднесите кусок железа близко к магниту.

4. Во время измерения замените пробу масла толщиной 10 мм на пробу воды толщиной 10 мм.

5. Активируйте или деактивируйте опцию "Действительный / Мнимый" во время измерения. Действительная часть, мнимая часть и абсолютное значение сигнала в определенное время измерения также могут отображаться отдельно с помощью опции "Оценка" (щелчок правой кнопкой мыши в области результатов).

Примечание: В конце этой части эксперимента отрегулируйте частоту системы в соответствии с заданием 2. Эта частота будет принята для остальных частей эксперимента.

## Выполнение работы (5/12)

PHYWE

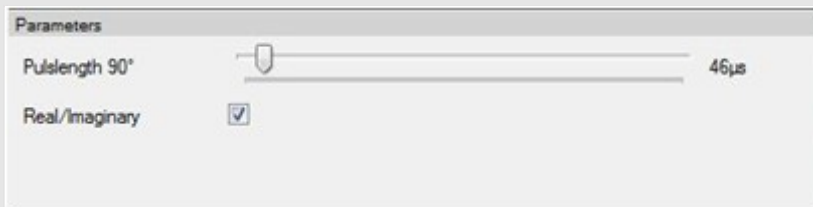


Рис. 6: Угол возбуждения МР - параметры

### В: Регулировка длительности ВЧ-импульса для определения угла возбуждения МР

1. Поместите образец масла толщиной 10 мм в пробоотборную камеру прибора. В области проведения экспериментов (уроков) выберите урок "Угол возбуждения МР". В области параметров отобразятся опции установки "Длина импульса 90°" и "Действительный / Мнимый" (см. рис. 6). Длительность ВЧ импульса варьируется ползунком "Длина импульса 90°".

## Выполнение работы (6/12)

PHYWE

2. Начните с минимальной длительности импульса ползунка и увеличивайте ее, пока сигнал FID не достигнет максимума. Найденная таким образом длительность импульса генерирует импульс под углом 90°. Увеличивайте длительность импульса, пока она снова не станет минимальной. Найденная таким образом длительность импульса генерирует импульс под углом 180°. При желании этот процесс можно повторить.

Примечание: наблюдайте за областью последовательности, чтобы увидеть ход возбуждающего ВЧ-импульса во времени. В конце этой экспериментальной части настройте

### С: Влияние количества вещества на FID-сигнал.

1. Поместите образец воды толщиной 10 мм в пробоотборную камеру прибора. В области экспериментов (уроки) выберите урок "Измерение количества". В области параметров отобразятся настройки установки "Время повторения" и "Действительный / Мнимый" (см. Рис. 7). Наблюдайте за амплитудой сигнала. Повторите эксперимент с образцом воды диаметром 5 мм и сравните амплитуды сигналов.

## Выполнение работы (7/12)

PHYWE

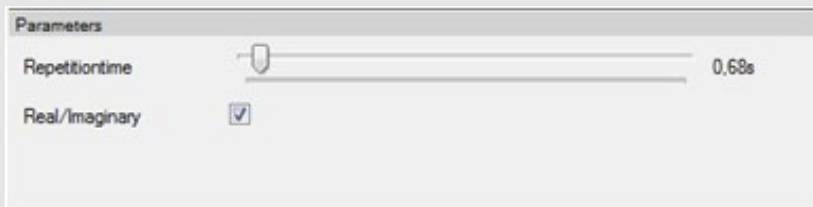


Рис. 7: Количество вещества - параметры

2. Снова используйте образец воды диаметром 10 мм. Измените время повторения, то есть время между двумя последовательными измерениями, с помощью ползунка "Время повторения". Сравните амплитуды сигнала FID со временем повторения 0,5 секунды, 1 секунда и 5 секунд. Повторите эту часть эксперимента с образцом масла толщиной 10 мм.

Примечание: В этой части эксперимента используется последовательность А. Время повторения просто указывает на время между двумя последовательными последовательностями.

## Выполнение работы (8/12)

PHYWE



Рис. 8: Неоднородность магнитного поля  $B_0$  - параметры

### Д: Минимизация неоднородностей магнитного поля

1. Поместите образец масла толщиной 10 мм в пробоотборную камеру прибора. В области экспериментов (уроков) выберите урок "Неоднородность магнитного поля". В области параметров теперь отображаются параметры настройки "Шайба X", "Шайба Y" и "Шайба Z" (см. рис. 8). Измените прочность регулировочной шайбы во всех трех пространственных направлениях с помощью соответствующих ползунков.

## Выполнение работы (9/12)

PHYWE

2. Установите все ползунки шайб-прокладок на ноль. Начните с ползунка "Шайба X" и настройте значение, при котором FID-сигнал затухает как можно медленнее. Затем измените настройку ползунка "Шайба Y", пока сигнал FID не достигнет максимальной длины. То же самое относится и к ползунку "Шайба Z". Повторяйте этот процесс до тех пор, пока длина FID-сигнала не достигнет максимального значения. Запишите эти значения.

Примечание: В качестве последней настройки отрегулируйте оптимальную шайбу-прокладку. Эти настройки будут автоматически приняты для всех экспериментов.

### Е: Восстановление расслабленного FID-сигнала через спиновое эхо

1. Поместите образец масла толщиной 10 мм в пробоотборную камеру прибора. В области экспериментов (уроков) выберите урок "Спиновое эхо". В области параметров отобразятся опции настройки "Длина импульса 90°", "Длина 2<sup>nd</sup> импульса", "Реальное/ Мнимое" и "Время эхо" (см. рис. 9). Измените длину второго ВЧ импульса с помощью ползунка "Длина 2<sup>nd</sup> импульса". Отрегулируйте эту длину до тех пор, пока сигнал спинового эха не станет максимальным, а затем сохраните эту настройку. Настроенная длительность ВЧ-импульса вызывает поворот ядер на 180 °.

## Выполнение работы (10/12)

PHYWE

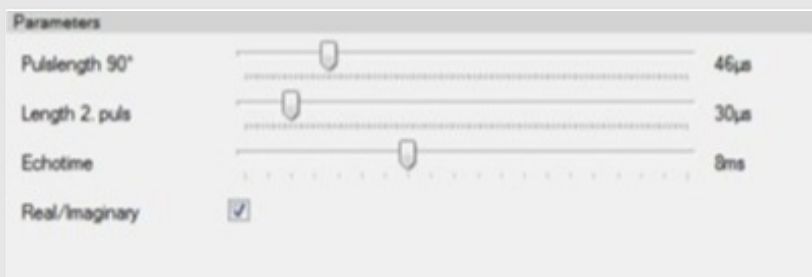


Рис. 9: Спиновое эхо - параметры

2. Изменение длительности первого ВЧ-импульса с помощью ползунка "Длина импульса 90°". Начиная с определенного значения, сила сигнала FID становится максимальной, и сигнал практически не показывает никаких колебаний или даже вообще ничего. Именно этот ВЧ-импульс 90° заставляет все ядерные спины переворачиваться на 90° (см. часть В). Сохраните эту настройку. Влияние на сигнал спинового эха видно довольно легко.

3. Измените время эхо-сигнала с помощью ползунка "Время эхо" и одновременно проанализируйте амплитуду спинового эха.



## Выполнение работы (11/12)

PHYWE

4. Изменить длительность первого ВЧ-импульса еще раз ползунком "Длина  $2^{nd}$  импульса" и посмотрите, при каких значениях сигнал почти полностью исчезает сразу после появления второго ВЧ-импульса. При этих значениях кажется, что ядерные спины прецессируют в плоскости, перпендикулярной статическому магнитному полю  $B_0$ .

Примечание: наблюдайте за областью последовательности, чтобы увидеть ход возбуждающих ВЧ-импульсов во времени. В конце этого эксперимента отрегулируйте длительность импульса для импульса  $90^\circ$  и импульса  $180^\circ$  в соответствии с задачей 1. Эти настройки будут приняты для остальных экспериментов.

### F: Максимизация отношения сигнал-шум

1. Поместите образец масла толщиной 5 мм в пробоотборную камеру прибора. В области экспериментов (уроков) выберите урок "Усреднение". В области параметров выберите опции "Время повторения", "Усреднение" и "Действительный / Мнимый" (см. рис. 10). Сначала установите число усреднений равным единице и измените время повторения между последовательными измерениями. Затем также измените количество измерений.

## Выполнение работы (12/12)

PHYWE

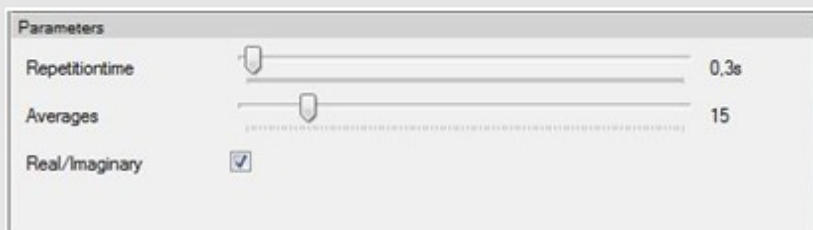


Рис. 10: Усреднение - параметры

2. Отрегулируйте ползунки "Время повторения" и "Усреднение", пока не получите относительно стабильный сигнал как можно быстрее. Запишите соответствующие настройки и результаты.

Примечание: в этом эксперименте используется последовательность A. Время повторения просто указывает время между двумя последовательными последовательностями.

## Оценка (1/32)

PHYWE

### A: Настройка частоты системы на частоту Лармора $\nu_L$ .

1. Изучите влияние изменения частот системы на FID-сигнал (спад свободной индукции).

На рис. 26 а-с показан сигнал измерения образца масла толщиной 10 мм для трех различных частот системы. На рис. 26 а) частота системы значительно ниже частоты Лармора для протонов водорода. Это не приводит к какому-либо отклонению ядерных спинов и, следовательно, также не приводит к какой-либо поперечной намагниченности  $\vec{M}_Q(t)$ . В результате невозможно навести напряжение в катушке приемника и тем самым записать сигнал. (Помните, что только поперечная намагниченность  $\vec{M}_Q(t)$ , а не продольное намагничивание.  $\vec{M}_L(t)$  описывается сигналом FID).

## Оценка (2/32)

PHYWE

На рис. 26 b) частота системы практически совпадает с точной частотой Лармора. Мы наблюдаем сигнал из-за результирующей поперечной намагниченности.  $\vec{M}_Q(t)$ . Однако этот сигнал очень сильно колеблется, т.е. частота вращения вектора поперечной намагниченности все же немного отличается от частоты системы. (Пожалуйста, помните, что частота, которую можно наблюдать в сигнале FID, это не ларморовская частота, а скорее разница между ларморовской частотой и частотой системы). Настройка частоты на рис. 26 b) еще не привела к точной настройке частоты системы на частоту Лармора для протонов водорода.

На рис. 26 c) показана почти идеальная тонкая настройка частоты системы на ларморовскую частоту протонов водорода. При такой настройке амплитуда FID-сигнала максимальна, и мы можем обнаружить сигнал практически без колебаний. Сигнал уменьшается экспоненциально с течением времени  $T_2^*$ . Данное время  $T_2^*$  характерно для протонов водорода в масле.

## Оценка (3/32)

PHYWE

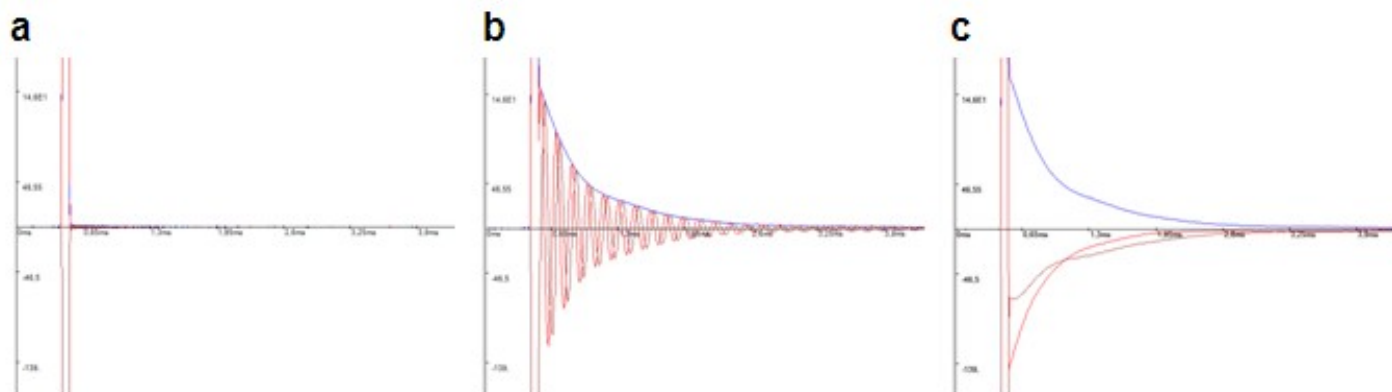


Рис. 26: Сигнал измерения образца масла толщиной 10 мм для трех различных частот системы.

## Оценка (4/32)

PHYWE

Рис. 26: Сигнал измерения образца масла толщиной 10 мм для трех различных частот системы. а) 21,653371 МГц (b) 21,671714 МГц (c) 21,677039 МГц. На рисунке (a) частота системы намного ниже фактической ларморовской частоты для протонов водорода, и нет отклонения соответствующих ядерных спинов. В результате практически отсутствует поперечная намагниченность ( $M_Q(t)$ ), и невозможно обнаружить сигнал в приемной катушке.

На рисунке (b) частота системы почти настроена на частоту Лармора. Так как частота вращения вектора поперечной намагниченности все еще немного отличается от частоты системы, сигнал показывает многочисленные колебания.

На рисунке 26 c) показана почти идеальная тонкая настройка частоты системы ларморовскую частоту протонов водорода. При такой настройке амплитуда FID-сигнала максимальна, и мы можем обнаружить сигнал практически без колебаний. Сигнал уменьшается экспоненциально с течением времени  $T_2^*$ , что характерно для протонов водорода в масле.

## Оценка (5/32)

PHYWE

2. Вычислите напряженность магнитного поля постоянного магнита  $B_0$  с помощью частоты системы, настроенной на частоту Лармора (использование  $\gamma(\text{водород}) \approx 26.75 \cdot 10^7 \text{ рад/сТл}$ )

Воспользуемся формулой для условия резонанса (3) протонов водорода и перестроим ее по принципу  $B_0$ . При этом:

$$\frac{2\pi\nu_L}{\gamma(\text{водород})} = B_0$$

Подставляя частоту 1с, мы получаем напряженность статического магнитного поля:

$$B_0 \approx 509 \text{ мТл}$$

(при сравнении с характеристиками прибора - 500 мТл по спецификации)

## Оценка (6/32)

PHYWE

3. Изучите влияние внешних интерференционных факторов на магнитное поле.  $\vec{B}_0$ . Прокомментируйте Ваши наблюдения.

Железо, расположенное рядом со статическим магнитом, влияет на его магнитное поле. Это автоматически изменяет условие резонанса (3), и частота системы, которая была настроена заранее (см. Задачу 1), больше не соответствует точно ларморовской частоте. FID-сигнал подвержен колебаниям, и амплитуда сигнала уменьшается (см. Задание 1). Рис. 27 а и б иллюстрируют этот эффект (рис. 27 а точно соответствует рис. 26 с).

## Оценка (7/32)

PHYWE

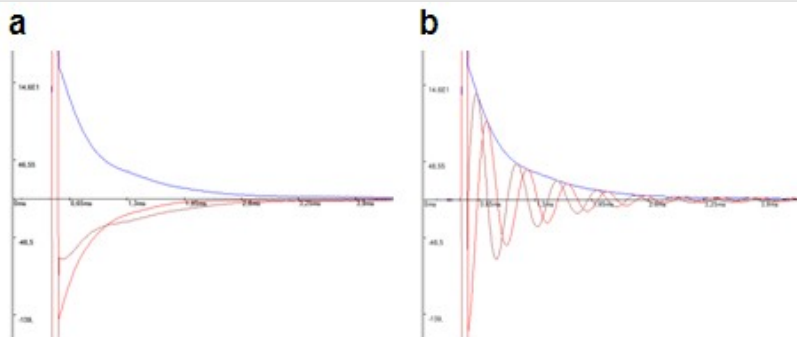


Рис. 27: Сигнал измерения образца масла толщиной 10 мм.

Рис. 27: Сигнал измерения образца масла толщиной 10 мм.

(а) частота системы идеально настроена на частоту Лармора в соответствии с резонансным состоянием (3) (21.677039 МГц).

(b) используется та же частота системы, что и в (а), но в этом случае железный стержень был расположен близко к статическому магниту. Этот железный стержень автоматически изменяет магнитное поле и, таким образом, также резонансное состояние (3). Идеальная настройка теряется.

## Оценка (8/32)

PHYWE

4. Изучите влияние образца вещества на частоту Лармора  $\nu_L$ .

Есть ли различия между ларморовской частотой масла и воды? Прокомментируйте Ваши наблюдения.

На рис. 28а-с показан сигнал измерения образца воды толщиной 10 мм для трех различных частот системы задачи 1. Очевидно, что на рис. 28 с частота системы точно настроена на частоту Лармора. В результате нет различий между ларморовской частотой образца нефти и ларморовской частотой образца воды. Это имеет смысл, поскольку в обоих случаях происходит отклонение ядерных спинов протонов водорода. В результате условия резонанса одинаковы для обеих сред (масла и воды).

## Оценка (9/32)

PHYWE

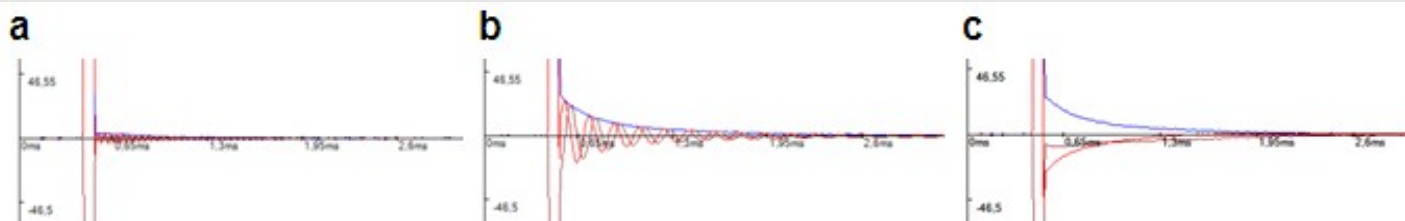


Рис. 28: Сигнал измерения образца воды толщиной 10 мм для трех различных частот системы. а) 21,653371 МГц (b) 21,671714 МГц (c) 21,677039 МГц (см. задачу 1). Очевидно, что нет никакой разницы между частотой Лармора на образце воды и масла. В обоих случаях идеальный FID-сигнал может быть получен с частотой системы, которая настраивается в (c). Отличаются только амплитуды сигнала FID, что связано с разным временем повторения и плотностями протонов водорода нефти и воды. Время повторения будет обсуждаться более подробно в части C.

## Оценка (10/32)

PHYWE

5. Помните, что сигнал FID - это сложный сигнал в математическом смысле. Почему так важно учитывать действительную и мнимую части FID-сигнала, а не только абсолютное значение?

В любое время записанный сигнал FID характеризуется четко определенной амплитудой и четко определенной фазой, которая описывает разницу между частотой системы и частотой Лармора. Такой сигнал математически описывается комплексным числом в полярных координатах:

$$FID = A \cdot e^{i\theta} = A \cdot (\cos\theta + i \cdot \sin\theta) \quad (12)$$

Абсолютное значение сигнала определяется как  $|FID| = \sqrt{FID \cdot FID^*}$ , где  $*$  обозначает комплексное сопряжение  $FID$ . В результате, применяется  $|FID| = A$ . Однако абсолютное значение дает только информацию об амплитуде сигнала, а не о его фазовом расположении. Тем не менее, положение фазы важно для максимально точной настройки частоты системы на ларморовскую частоту. Если в записанном  $FID$  все еще есть много колебаний, то разница между частотой системы и ларморовской частотой не равна нулю, и необходима более тонкая настройка системной частоты.

## Оценка (11/32)

PHYWE

Имейте в виду, что действительная часть  $FID$  предшествует мнимой на  $\pi/2$ . Следовательно:

$$RE[FID] = A \cdot \cos(\theta) \quad \text{и} \quad IM[FID] = A \cdot \sin(\theta) \quad (13)$$

### В: Регулировка длительности ВЧ-импульса для определения угла МР возбуждения

1. Изучите влияние длительности ВЧ-импульса на сигнал FID (спад свободной индукции).

На рис. 29 а-с показан FID- сигнал для различных длительностей импульсов и при частоте системы, которая идеально настроена на частоту Лармора. Длительность возбуждающего ВЧ-импульса определяет угол  $\varphi$  (угол возбуждения МР), на который вектор намагниченности будет отклонен от своей первоначальной прецессии вокруг статического магнитного поля.  $\vec{B}_0$ .

## Оценка (12/32)

PHYWE

Поскольку приемная катушка может измерять только вращающуюся поперечную намагниченность  $\vec{M}_Q(t)$ , т.е. часть вектора намагничивания в плоскости, перпендикулярной  $\vec{B}_0$  FID-сигнал особенно сильный, когда  $|\vec{M}_Q(t)| = |\vec{M}_L 0|$ , т.е. когда начальный вектор намагничивания  $\vec{M}_L 0$  полностью наклонился в плоскость, перпендикулярную  $\vec{B}_0$ . Это касается и углов  $\varphi = (2n - 1) \cdot \pi/2$ , где  $n \in \mathbb{N}$ . Амплитуда FID-сигнал увеличивается с увеличением длительности импульса (а) до тех пор, пока не достигнет первого максимума (b). Эта длительность импульса соответствует импульсу под углом  $90^\circ$ . Затем амплитуда FID-сигнал снова уменьшается (с) до тех пор, пока в идеале не исчезнет полностью при длительности импульса, генерирующего импульс под углом  $180^\circ$ . При дальнейшем увеличении длительности импульса амплитуда FID-сигнала снова увеличивается. Она достигает второго максимума при длительности импульса, который генерирует импульс под углом  $270^\circ$ . Описанное увеличение и уменьшение амплитуды сигнала FID в зависимости от изменяющейся длительности импульса может быть продолжено по желанию. Однако необходимо учитывать, что дисперсия углов наклона отдельных ядерных спинов также увеличивается при увеличении углов  $\varphi$ , что фактически приводит к уменьшению силы FID-сигнала при очень больших углах отклонения МР.

## Оценка (13/32)

PHYWE

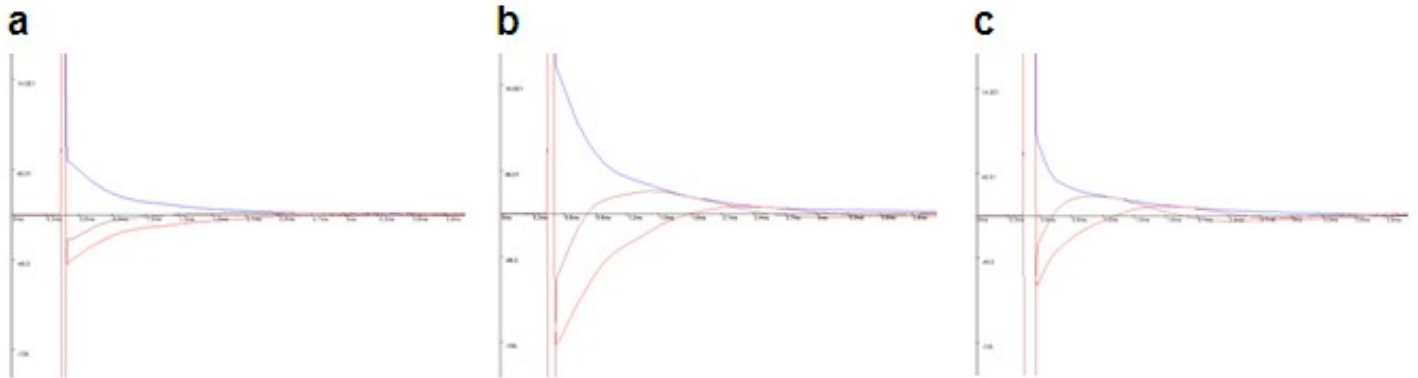


Рис. 29: Сигнал измерения образца масла толщиной 10 мм для трех различных длительностей импульсов.

## Оценка (14/32)

PHYWE

Рис. 29: Сигнал измерения образца масла толщиной 10 мм для трех различных длительностей импульсов. (а) 9 мкс. (б) 53 мкс. (в) 80 мкс. Для всех трех измерений частота системы была идеально настроена на частоту Лармора (см. часть А). Сигнал FID увеличивается с увеличением длительности импульса (а), пока не достигнет первого максимума при импульсе под углом  $90^\circ$  (б). Здесь вектор намагниченности был полностью отклонен в плоскость, перпендикулярную статическому магнитному полю ( $B_0$ ), и осталось только поперечное намагничивание ( $M_Q(t)$ ). Для более длительных импульсов FID-сигнал снова уменьшается (с) до тех пор, пока он не достигнет минимума (или пока он в идеале не станет равным нулю) при длительности импульса, соответствующей импульсу  $180^\circ$ , прежде чем после этого она снова увеличится. Следовательно, максимумы сигнала FID существуют в случае отклонения углов при  $\varphi = (2n - 1) \cdot \pi/2$ , где  $n \in \mathbb{N}$ . существуют максимумы сигнала FID и минимумы FID- сигнала в случае  $n \in \mathbb{N}$  при  $\varphi = n\pi$ .



## Оценка (15/32)

PHYWE

2. Найдите две длительности импульса, которые генерируют импульс под углом  $90^\circ$  и  $180^\circ$ .

В соответствии с задачей 1, длительность импульса приблизительно 53 мкс генерирует импульс  $90^\circ$ .

После этого возбуждения вектор намагниченности вращается с  $|\vec{M}_Q(t)| = |\vec{M}_{L0}|$  в плоскости, перпендикулярной статическому магнитному полю  $\vec{B}_0 \cdot (|\vec{M}_L(t)| = 0)$ . Длительность импульса около 100 мкс генерирует импульс  $180^\circ$ . В этом случае, применяются  $|\vec{M}_Q(t)| = 0$  и  $\vec{M}_L(t) = -\vec{M}_{L0}$ .

## Оценка (16/32)

PHYWE

### С: Влияние количества вещества на FID- сигнал.

1. Изучите влияние количества вещества на амплитуду FID-сигнала.

На рис. 30 а и б показан FID-сигнал для образцов воды диаметром 10 мм (а) и 5 мм (б) с настройками задач А и В (частота системы = частота Лармора, импульс  $90^\circ$ ). Время повторения было приблизительно на 5 с.

Очевидно, что FID-сигнал для образца воды диаметром 5 мм слабее (меньшая амплитуда), чем соответствующий FID-сигнал для образца воды диаметром 10 мм. Это имеет смысл, так как количество возбуждаемых протонов водорода в образце воды диаметром 10 мм больше, чем в образце воды диаметром 5 мм. Однако именно ядерные спины этих протонов водорода определяют абсолютное значение вектора намагничивания  $\vec{M}_Q(t)$  и, таким образом, силу сигнала FID. То же объяснение применимо и при сравнении двух образцов масла.

## Оценка (17/32)

PHYWE

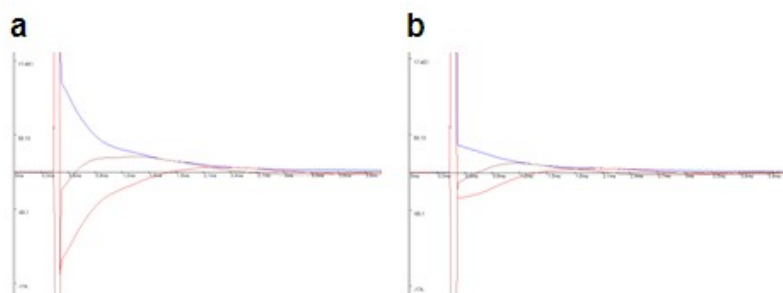


рис. 30

Рис. 30: FID-сигнал образца воды толщиной 10 мм (а) и образца воды толщиной 5 мм (б). Для обоих измерений частота системы была идеально настроена на частоту Лармора (см. часть А). Длительность импульса соответствует возбуждению с помощью ВЧ-импульса  $90^\circ$  (см. часть В).

## Оценка (18/32)

PHYWE

2. Изучите влияние времени повторения, то есть времени между двумя последовательными измерениями, на амплитуду сигнала FID и объясните, почему время повторения не менее 5 секунд важно для определения амплитуды сигнала в случае водопроводной воды. Почему в случае масла нет необходимости в таком продолжительном повторении?

На рис. 31 а-с показан FID-сигнал для образца воды толщиной 10 мм при времени повторения 0,5 с (а), 5 с (б) и 10 с (в). Очевидно, что сигнал для длительных повторений намного сильнее сигнала для очень коротких повторений.

Рис. 31: FID-сигнал для образца воды диаметром 10 мм при времени повторения 0,5 с (а), 5 с (б) и 10 с (в). Для всех трех измерений системная частота была идеально настроена на частоту Лармора (см. Часть А). Длительность импульса соответствует возбуждению с помощью ВЧ-импульса  $90^\circ$  (см. Часть В). Сигнал FID на (а) значительно слабее, чем сигналы FID на (б) и (с), так как очень короткое время повторения 0,5 с не дает вектору намагниченности достаточно времени для релаксации обратно в состояние равновесия (параллельное положение относительно  $B_0$ ). Время, необходимое для почти полной релаксации, зависит от среды. Например, время релаксации  $T_1$  воды, например, значительно больше, чем у масла.

## Оценка (19/32)

PHYWE

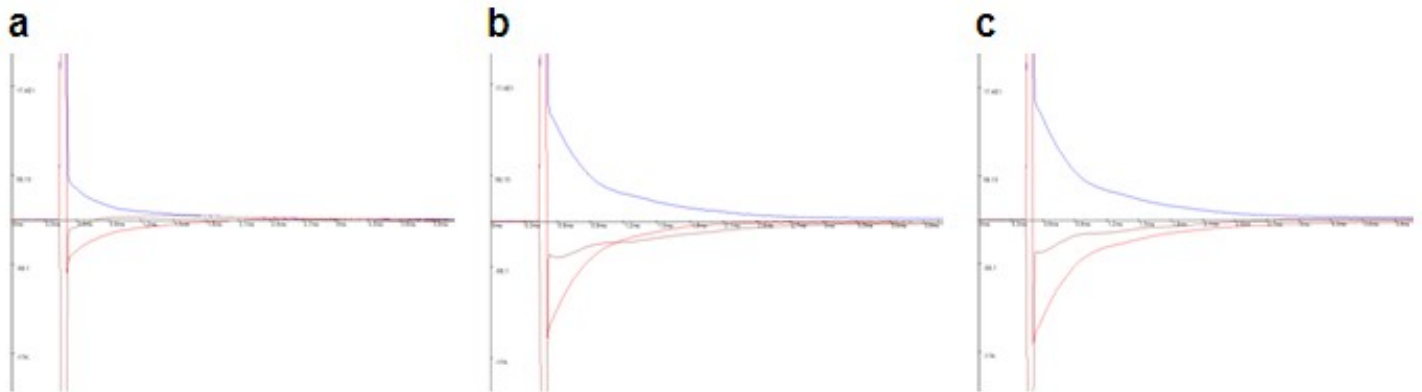


Рис. 31: FID-сигнал образца воды диаметром 10 мм для трех различных повторений.

## Оценка (20/32)

PHYWE

Время повторения - это время, которое проходит после измерения до начала нового измерения. Это один из самых важных параметров в МР-технологии. Предположим, что после ВЧ-импульса  $90^\circ$  вектор намагниченности наклонился в плоскость, перпендикулярную вектору статического магнитного поля  $\vec{B}_0$ . После импульса этот наклонный вектор  $\vec{M}_Q(t)$  (чистый вектор поперечной намагниченности) стремится к своему состоянию равновесия. В этом состоянии вектор намагниченности снова указывает в том же направлении, что и статическое магнитное поле  $\vec{B}_0$ , а поперечная намагниченность почти равна нулю.

Однако, состояние равновесия достигается за время релаксации  $T_1'$  что характерно для анализируемой среды. (Обратите внимание, что  $T_1'$  больше, чем  $T_1$ , поскольку последний указывает момент времени, в который продольная намагниченность восстанавливается только примерно на 63%.  $T_1'$  обычно выбирается между  $2 \cdot T_1$  и  $3 \cdot T_1$  поскольку в этот момент продольная намагниченность восстанавливается примерно на 86-95%).

## Оценка (21/32)

PHYWE

Лишь по истечении этого времени релаксации  $T_1'$  ансамбль ядерных спинов почти полностью возобновил свое первоначальное прецессионное движение вокруг  $\vec{B}_0$ . Если новое измерение начинается после истечения времени релаксации  $T_1'$ , то может быть записан еще один FID-сигнал. Этот сигнал практически идентичен сигналу первого измерения (время повторения  $> T_1'$ ). Однако, если время релаксации  $T_1'$  не истекло и если новый импульс  $90^\circ$  применяется до достижения состояния равновесия, сила записанного сигнала FID уменьшается, поскольку после нового импульса  $90^\circ$  не полностью вектор релаксированной намагниченности больше не вращается точно в плоскости, перпендикулярной статическому магнитному полю  $\vec{B}_0$  (время повторения  $< T_1'$ ).

Поскольку время релаксации  $T_1'$  находится в диапазоне приблизительно 5 с, время повторения 5 с является важным для определения амплитуды FID-сигнала воды (см. рис. 31 а-с). Время релаксации  $T_1'$  масла намного меньше, чем у воды. Он находится в диапазоне примерно 300 мс. Вот почему точная амплитуда сигнала FID масла может быть определена уже при очень коротком времени повторения.

## Оценка (22/32)

PHYWE

### Д: Минимизация неоднородностей магнитного поля

1. Изучите влияние дополнительного магнитного поля (прокладка) на амплитуду сигнала FID.

Если на статическое магнитное поле накладывается дополнительное магнитное поле (прокладка), неоднородности статического поля, которые проявляют определенное предпочтение по направлению и которые возникают из-за специальной «настройки», могут быть частично устранены. Магнитное поле становится все более однородным. В результате эффективное время релаксации  $T_2^*$  сигнала FID увеличивается, так как ансамбль ядерного спина менее быстро перефазуируется. Рис. 32а-с показаны абсолютные значения сигнала FID для трех различных прокладок магнитного поля.

2. Отрегулируйте регулировочную прокладку во всех трех пространственных направлениях, чтобы получить как можно более длинный FID-сигнал.

На рис. 32 с прокладка отрегулирована таким образом, чтобы максимально увеличить время релаксации  $T_2^*$  масла. В результате отклоненный ансамбль ядерного спина остается в фазе сравнительно долгое время

## Оценка (23/32)

PHYWE

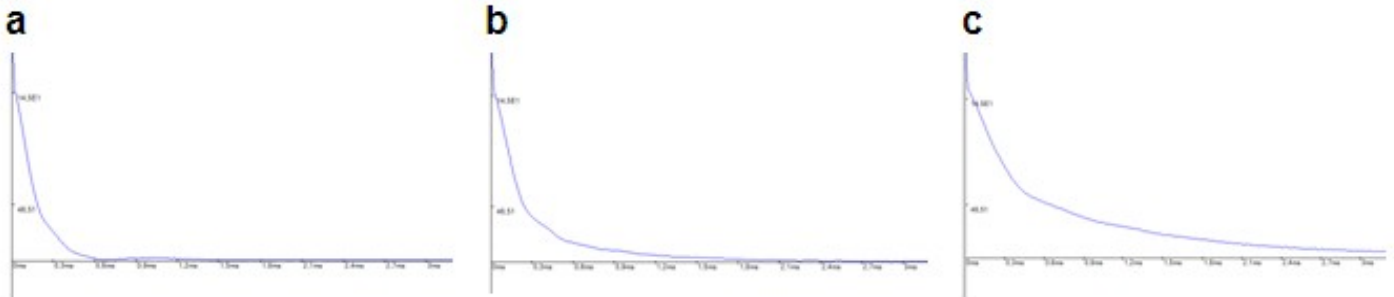


Рис. 32: Абсолютные значения FID-сигнала образца масла толщиной 10 мм для трех различных прокладок магнитного поля. (a) шайба X: -1,53 мТл/м; шайба Y: 4,90 мТл/м; шайба Z: 9,04 мТл/м. (b) шайбы X: 5,52 мТл/м; шайбы Y: 10,30 мТл/м; шайбы Z: 9,04 мТл/м. (c) шайба X: 3,64 мТл/м; шайба Y: 10,90 мТл/м; шайба Z: 4,81 мТл/м. Настройки в пункте (c) приводят к довольно длинному FID-сигналу, что означает, что постоянная, вызванная системой неоднородность магнитного поля внешнего магнита в определенном направлении была уменьшена к минимуму.

## Оценка (24/32)

PHYWE

**Е: Восстановление расслабленного сигнала FID через спиновое эхо**

1. Изучите влияние второго ВЧ-импульса на принимаемый сигнал. Отрегулируйте длительность второго импульса до значения, при котором ядерные спины будут перевернуты на  $180^\circ$  (оптимальный сигнал спинового эха).

После времени релаксации  $T_2^*$  большая часть ансамбля ядерного спина все еще вращается в плоскости, перпендикулярной статическому магнитному полю  $\vec{B}_0$ . Причина, по которой поперечное намагничивание  $\vec{M}_Q(t)$  не может быть измерено, состоит в том, что ансамбль спина сдвинулся по фазе после определенного паттерна. Это напрямую связано с разными скоростями вращения отдельных ядерных спинов, то есть более быстрые из них в основном опережают медленные. Если через некоторое время  $T_S$  команда, касающаяся инверсии направления, выдается в виде импульса  $180^\circ$ , отдельные спины повторно соединяются друг с другом полностью изменяются по фазе после времени эхо-сигнала  $T_E = 2 \cdot T_S$ . Если эта переориентация происходит за время  $T_2$  сигнал может быть измерен. Этот сигнал называется спиновым эхом. Само спиновое эхо уменьшается со временем  $T_2^*$ .

## Оценка (25/32)

PHYWE

Однако его амплитуда уменьшается со временем  $T_2$ . Только импульс  $180^\circ$  приводит к полной перефазировке после времени  $T_E$  и к оптимальному сигналу спинового эха (максимальная амплитуда спинового эха). На рис. 33 длительность второго импульса отрегулирована так, чтобы он генерировал оптимальный  $180^\circ$  импульс. Сигнал FID генерировался с идеальным импульсом под углом  $90^\circ$ .

2. Изучите влияние длительности первого импульса на FID-сигнал (см. В), а также на сигнал спинового эха.

На рис. 34 длительность первого импульса была уменьшена, в то время как длительность импульса для импульса  $180^\circ$  (см. задание 1) была сохранена. Первый ВЧ-импульс отклоняет вектор намагничивания на угол  $\varphi$  который меньше  $90^\circ$ . Конечно, это уменьшает амплитуду FID-сигнала (см. часть В). Поскольку эхо-сигнал - это просто перефазированный FID-сигнал, амплитуда эха также уменьшается.

## Оценка (26/32)

PHYWE

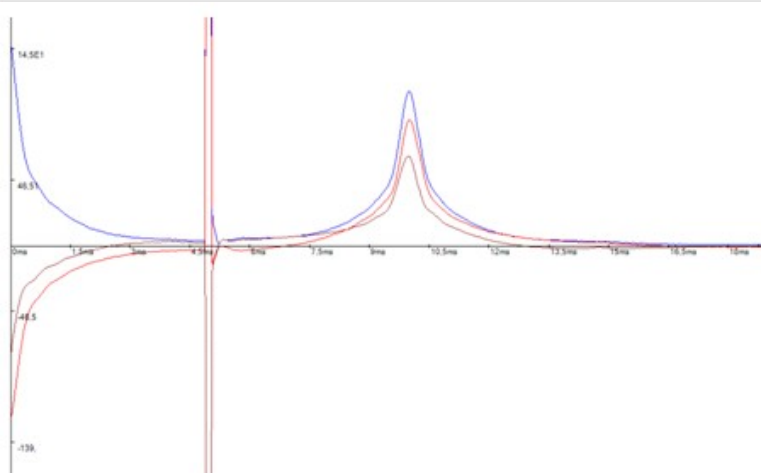


Рис.33: Сигнал спинового эха после идеального ВЧ-импульса  $90^\circ$  (53 мкс).

Рис. 33: Частота системы идеально настроена на частоту Лармора (часть А).

Результатом является максимальный сигнал спинового эха, поскольку после времени  $T_S=5$  мс был применен почти идеальный импульс  $180^\circ$  (100 мкс). Этот импульс заставляет отдельные спины ядер протонов водорода полностью перефазовываться. Повторная фаза завершается после времени эха  $T_E = 2T_S = 10$  мс. Здесь амплитуда спинового эхо-сигнала максимальна. Само спиновое эхо уменьшается со временем  $T_2^*$ . Его амплитуда, однако, уменьшается со временем  $T_2$ .

## Оценка (27/32)

PHYWE

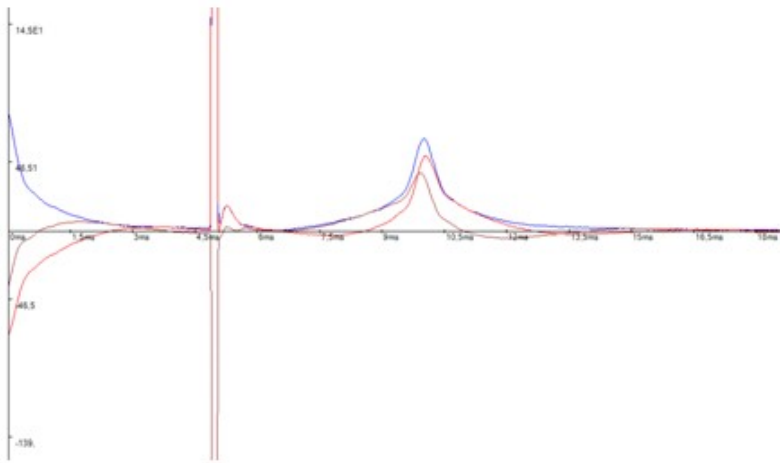


Рис.34: Сигнал спинного эха после ВЧ-импульса, отклоняющий вектор намагниченности на угол  $\varphi$ .

3. Изучите влияние момента времени второго ВЧ-импульса на сигнал спинного эха (время эха). Проанализируйте амплитуду спинного эха в разное время эха.

Момент второго 180-градусного ВЧ-импульса определяет время эха. Если импульс  $180^\circ$  применяется после времени  $T_S$  эхо-сигнал будет получен после времени  $T_E = 2 \cdot T_S$ . Например, для  $T_S = 6\text{с}$  время эха составляет  $T_E = 12\text{с}$ .

## Оценка (28/32)

PHYWE

4. Наблюдайте за измерительным сигналом в момент второго ВЧ-импульса, одновременно изменяя длительность первого ВЧ-импульса.

Сигнал в момент подачи второго ВЧ-импульса является еще одной характеристикой для настройки оптимального первого  $90^\circ$  ВЧ-импульса. Когда сигнал пропадает, значит, был настроен идеальный импульс  $90^\circ$ . Это становится очевидным, поскольку ядерные спины продолжают вращаться только в плоскости, перпендикулярной статическому магнитному полю  $\vec{B}_0$  после второго  $180^\circ$  импульса, если первый HF-импульс действительно был  $90^\circ$  импульсом. В противном случае второй  $180^\circ$  импульс привел бы к дальнейшему наклону ансамбля ядерных спинов относительно вектора статического магнитного поля  $\vec{B}_0$  с прямым следствием вынужденной фазовой когерентности. В результате, сигнал будет измеряться в момент применения импульса  $180^\circ$ .

## Оценка (29/32)

PHYWE

### F: Максимизация соотношения сигнал-шум

1. Изучите влияние времени повторения, т.е. времени между двумя последовательными измерениями, и количества усреднений на сигнал FID.

В части C мы уже наблюдали влияние времени повторения на амплитуду сигнала FID. Небольшое значение времени повторения можно использовать только в том случае, если время релаксации среды образца также мало. Вот почему время повторения для масла может быть значительно меньше, чем время повторения для воды.

Следовательно, эффективное время измерения в технологии МР сильно зависит от времени повторения. Другой фактор времени - это количество средних значений, полученных при различных измерениях. Поскольку измеряемый сигнал неизбежно сопровождается определенным уровнем шума, усреднение является необходимым в МР-технологии. Необходимо учитывать, что для удвоения соотношения сигнал-шум (SNR) необходимо четыре усреднения, что означает, что улучшение SNR пропорционально корню из числа усреднений.

## Оценка (30/32)

PHYWE

2. Постарайтесь как можно быстрее добиться хорошего соотношения сигнал/шум.

Хорошая настройка достигается в том случае, если за короткое время повторения сигнал между несколькими суммарными измерениями (каждое суммарное измерение включает определенное количество отдельных измерений) больше не показывает значительных флуктуаций. Точное количество усреднений определяется лицом, проводящим эксперимент. Качество изображений магнитно-резонансной томографии может быть значительно улучшено за счет большого количества усреднений.



## Оценка (31/32)

PHYWE

Заполните пробелы в тексте

Сегодня МРТ (магнитно-резонансная томография) является фундаментальным , который очень часто используется.  могут отображать структуры и функции тканей и органов тела . Именно поэтому его основной областью применения является клиническая диагностика. Однако этот метод также может быть использован для  смесей. Все виды методов МРТ основаны на ядерном магнитном резонансе (ЯМР).  является мерой полного углового момента атомного ядра и, таким образом, имеет чисто квантово-механическую природу

✓ Проверить

## Оценка (32/32)

PHYWE

Правда или ложь?

Чем больше вращающий магнитный момент  $\vec{\mu}$  и выше частота вращения, тем выше генерируемый МР-сигнал .

☐ правильно

☐ неправильно

✓ Проверить

## Вопросы (1/6)

PHYWE

**A: Настройка частоты системы на частоту Лармора  $\nu_L$** 

1. Почему протоны водорода во внешнем магнитном поле  $\vec{B}_0$  ведут себя иначе, чем ядра кислорода?
2. Чем протоны водорода отличаются от стандартных дипольных магнитов? Почему на самом деле возможно измерить полную намагниченность в определенном объеме с помощью протонов водорода? Обсудите эти вопросы, используя ключевые слова "квантование энергии (параллельная и антипараллельная ориентация спинов)" и "избыточные спины".
3. Какое динамическое движение совершают ядерные спины во внешнем магнитном поле  $\vec{B}_0$ ? С какой частотой прецессируют ядерные спины протонов водорода в магнитном поле Земли? Как ядерные спины могут отклоняться от их динамической прецессии вокруг внешнего магнитного поля  $\vec{B}_0$ ?
4. Почему ВЧ-импульс (высокочастотный), перпендикулярный внешнему магнитному полю  $\vec{B}_0$  вызывает отклонение ядерных спинов?

## Вопросы (2/6)

PHYWE

**B: Регулировка длительности ВЧ-импульса для определения угла МР-возбуждения**

1. Почему импульс  $90^\circ$ , который переворачивает все ядерные спины на  $90^\circ$ , приводит к максимальному сигналу в приемной катушке, а импульс  $180^\circ$ , который переворачивает все ядерные спины на  $180^\circ$ , к минимальному сигналу (или, в идеале, к минимальному сигналу) все)? Отвечая на этот вопрос, помните, что катушки приемника и передатчика идентичны, и что через эти катушки создается вращающееся магнитное поле  $\vec{B}_1$  в плоскости, перпендикулярной  $\vec{B}_0$ .
2. Какие еще углы возбуждения МР также приводят к максимальному сигналу в приемной катушке? (Имейте в виду, что дисперсия ядерных спинов, отклоненных на определенный угол, увеличивается с течением времени возбуждения, в то время как сигнал FID уменьшается.)

## Вопросы (3/6)

PHYWE

### С: Влияние количества вещества на FID-сигнал.

1. Почему меньшее количество вещества в камере для проб MR-блока снижает амплитуду сигнала ?
2. Какие еще факторы влияют на амплитуду сигнала FID?
3. Почему невозможно с уверенностью вывести плотность протонов водорода вещества образца, основываясь на амплитуде FID-сигнала, в случае короткого времени повторения  $T_R$  между последовательными измерениями?

### Д: Минимизация неоднородностей магнитного поля

1. Почему однородное статическое магнитное поле так важно для МР-анализа и МРТ?
2. Каково точное влияние неоднородностей магнитного поля на сигнал FID?

## Вопросы (4/6)

PHYWE

### Е: Восстановление расслабленного FID-сигнала через спиновое эхо

1. Что именно происходит со спинами ядер после ВЧ-импульса  $180^\circ$ , если они заранее отклоняются на  $90^\circ$ ? Ответьте на этот вопрос по ключевому слову "дополнительная дефазировка", которое приводит к эффективному времени релаксации  $T_2^*$  FID-сигнала ( $T_2^* < T_2$ ) и имейте в виду, что второй высокочастотный импульс  $180^\circ$  применяется в течение времени релаксации.  $T_2$ .
2.  $T_S$  определяется как время между ВЧ-импульсом возбуждения  $90^\circ$  и ВЧ-импульсом  $180^\circ$ . Почему сигнал спинового эха появляется только после  $2 \cdot T_S = T_E$ ?
3. Почему сила сигнала спинового эха уменьшается, когда время эха  $T_E$  увеличивается?

## Вопросы (5/6)

PHYWE

**F: Максимизация соотношения сигнал-шум**

1. Почему помимо количества усреднений необходимо учитывать время повторения, которое описывает время между двумя последовательными измерениями, чтобы получить адекватный сигнал (см. часть C)?

## Вопросы (6/6)

PHYWE

2. Стандартное отклонение основной совокупности выборки определяется выражением:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \approx \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2},$$


где  $n$  — количество измерений,  $\bar{X}$  — среднее значение случайной величины  $X_i$ .  $X_i$  — шум, который случайно включается в MR-сигнал во время измерения  $i$ . Для того, чтобы уменьшить шум в два раза во время измерения, необходимо четыре последовательных измерения в соответствии с формулой. Входящий в комплект МР-сигнал просто суммируется, так как он идентичен для каждого отдельного измерения. В результате, к соотношению сигнал/шум применяется следующее:

$$SNR = \frac{|MR_{signal}|}{\sigma_{noise}} \approx \frac{MR_{signal}}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (noise_i - \overline{noise})^2}}$$

Сколько средних значений необходимо для достижения десятикратного соотношения сигнал / шум?

Слайд	Оценка / Всего
Слайд 93: Оценка 31	0/5
Слайд 94: Оценка 32	0/1

Общий балл

 Показать решения Вспомнить